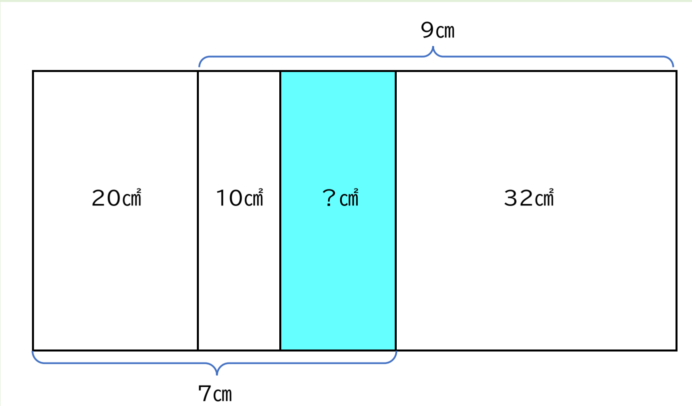
奥積雅彦（総務省統計研究研修所教官）

統計を理解するための学び直し（その11）　長方形の面積

インターネットで数学に係る動画サイトを探索したところ、長方形の面積を求める設問のサムネイルに出会いました。
本稿では、代数学的な解法と図形に着目した解法を検討してみましたので、そのイメージを紹介します。

設問　青の部分の面積は何 cm² ですか。
ただし、角はすべて直角です。



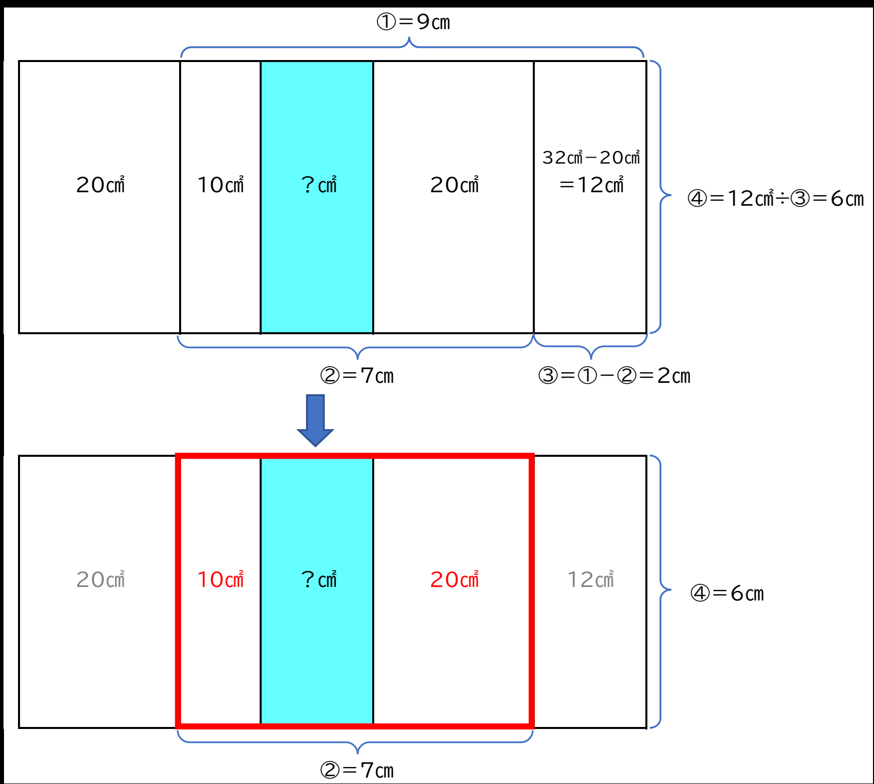
解法1（代数学的な解法のイメージ）

[方針]求める面積を x と置き、
長方形のタテの長さに着目すると次の関係式を導出できる。
「$20+10+x$」cm²÷7cm＝「$10+x+32$」cm²÷9cm
⇒この関係式から x を求める。

$(20+10+x)\div 7=(10+x+32)\div 9$
$\Rightarrow (x+30)\div 7=(x+42)\div 9$
$\Rightarrow (x+30)\times 9=(x+42)\times 7$
$\Rightarrow 9x+270=7x+294$
$\Rightarrow 2x=24$
$\therefore x=12\ \mathrm{cm}^2$

一口メモ　この解法だとタテの長さを求めずに設問の面積を求めることができました（プチ衝撃･･･。）。

解法2（図形に着目した解法のイメージ）



[方針]
・設問の 32cm² の長方形を左図のように 20cm² と 12cm² に分割。
↓
・題意より②の線分は 7cm。⇒①の線分から②の線分を引くと③の線分＝2cm を導出できる。
⇒右端の 12cm² の長方形を③で割ると設問の長方形の高さ（線分④＝6cm）を導出できる。
↓
青の部分の面積を②×④の長方形の面積から青の長方形の左右に接する長方形の面積の合計（10cm²＋20cm²）を差し引くことにより求める。

---

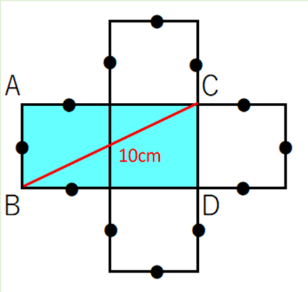
①－②＝9－7＝2･･･③
12÷③＝12÷2＝6･･･④
∴青の部分の面積＝②×④－(10＋20)
　＝7×6－30=42－30＝12cm²

【雑感】
今回の設問は、小学生向けには解法２ですが･･･、統計図書館コラム参考資料No.P13「長方形のペリメトロス（周長）」と同様、小学生にはスラスラ解ける設問も、化石化が進行している筆者の低性能な脳には、解くのに時間がかかり苦戦しました。この設問からも、柔軟な発想が必要であることを実感しました。同コラムで述べたとおり、算数の設問を解く際の姿勢にとどまらず、統計データを駆使した社会問題の解決においても柔軟な発想が必要であると感じました。ただ、学校のテストのように限られた時間で解くのではなく、あまり時間を気にせず、あれこれ試行錯誤しながら設問を論理的に解くことの喜びを実感することができました。

余談
持続可能な開発目標（ＳＤＧｓ）にとって、筆者の化石化が進行している低性能な脳は、害悪であるような気がして、ＳＤＧｓについて調べたところ、筆者の住んでいる自治体が「ＳＤＧｓ未来都市」として選定されていることを知りました。あの世にいくまでの筆者の宿題が増えてしまいました。まずは、ＳＤＧｓについて、その背景にあるものを論理的に理解できるように努力することを目指します。

【おまけ(その１)】
　インターネットで図形の面積を求める設問に係る動画サイトを探索したところ、正方形の面積を求めるサムネイルに出会いました。本稿のテーマに合わせ、長方形の面積を求める設問に改題し、これについて、方眼紙と三角定規を凝視しながら、筆者の低性能なＣＰＵを有する筆者の脳内において、図形に着目した解法（三平方の定理によらない解法）を検討してみました。そのイメージは、次の**図**のとおりです。（演出上の脚色あり。）

設問　長方形ＡＢＣＤの面積は何 cm^2 ですか。ただし、角はすべて直角です。

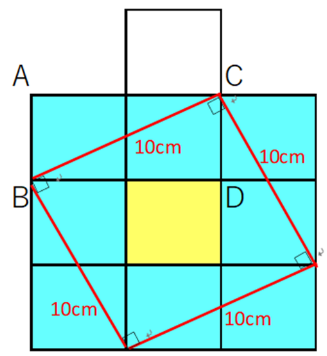


[方針]
長方形ＡＢＣＤを右図のように複製⇒①赤い線を一辺(10cm)とする正方形(面積は 100cm^2)を作図⇒①は、②黄の正方形５個分⇒長方形ＡＢＣＤの面積は、黄色の正方形２個分

∴長方形ＡＢＣＤの面積＝$100\text{cm}^2 \times 2 \div 5 = 40\text{cm}^2$

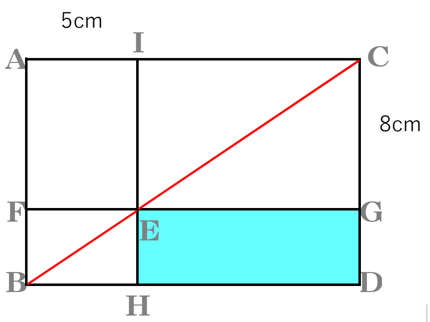
[参考]三平方の定理による解法と一致するかの検証
直角三角形ＢＣＤは三平方の定理により、$CD^2+BD^2=BC^2$
↓
直角三角形ＢＣＤのＣＤ:ＢＤ:ＢＣ⇒$1:2:\sqrt{5}=2\sqrt{5}:4\sqrt{5}:10$
∴長方形ＡＢＣＤの面積＝ＣＤ×ＢＤ＝$2\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}=40\text{cm}^2$

筆者の脳内イメージ



【おまけ(その２)】
　さらに、インターネットで長方形の面積を求める設問に係る動画サイトを探索したところ、たまたま、次の**設問**のサムネイルに出会いました。これについても、方眼紙と三角定規を凝視しながら、図形に着目した解法を検討してみました。そのイメージは、次の**図**のとおりです。（演出上の脚色あり。）

設問　青の長方形の面積は何 cm^2 ですか。



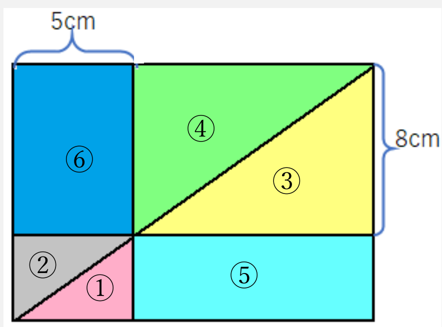
(注)次の前提条件があるものとして解法を検討。
・BC は長方形 ABCD の対角線(E は対角線 BC 上)
・すべてのヨコ線どうしは平行
・すべてのタテ線どうしは平行
・直角三角形 BHE∽直角三角形 BDC∽直角三角形 EGC

[方針]
右図のように各パーツに①～⑥を付す

直角三角形「①＋③＋⑤」の面積
＝直角三角形「②＋④＋⑥」の面積
直角三角形①の面積＝直角三角形②の面積
直角三角形③の面積＝直角三角形④の面積
⇒以上のことから、長方形⑥の面積($5\times 8=40\text{cm}^2$)＝長方形⑤の面積

∴青の長方形(長方形⑤)の面積＝40cm^2

筆者の脳内イメージ



一口メモ　的外れかもしれませんが、この設問からも「確率は面積である」ということを想起しました。⇒⑥に命中する確率＝⑤に命中する確率

【あとがき】
　本稿の執筆過程で、長方形の定義と面積の公式について改めて調べてみました。
　今回の学び直しにより、今更ながら、「四角形」の定義、「四角形」における「長方形」の位置づけ、「正方形」、「ひし形」、「平行四辺形」、「台形」と何がどう違うのかについて、筆者の低性能な脳内で自分なりに整理することができました。

四角形	四つの点とそれらを結ぶ四つの線分で囲まれた平面図形
長方形	四つの角がすべて直角の四角形
正方形	四つの角がすべて直角で、かつ、すべての辺の長さが等しい四角形
ひし形	すべての辺の長さが等しい四角形
平行四辺形	向かい合う二組の辺が平行な四角形
台形	向かい合う一組の辺が平行な四角形

　また、「長方形」の面積の公式については、「タテ×ヨコ」で記憶していましたが、なぜ「タテ」⇒「ヨコ」の順なのか･･･など素朴な疑問を持ちました。面積の公式に係る論文を調べたところ、伊藤隆「長方形の面積の公式における「縦×横」の変遷と多様性について」（群馬大学リポジトリ）に出会いました。当たり前のこととして予断していたことが、実はそう単純ではないことも分かりました。