奥積雅彦（総務省統計研究研修所教官）

統計を理解するための学び直し（その７）四則計算の順序

【はじめに】
四則計算の順序について学び直しを試みたところ、たまたま 2011 年に台湾の facebook コミュニティで話題となった問題に出会いました。本稿では、その問題（改題を含む）の解法（筆者が理解しやすいようにアレンジ、脚色）を紹介します。

問１
6÷2(1+2) を解け。

(前提)そもそも、6÷2(1+2) は、÷２とかっことの間のかけ算記号「×」を省略することができるのかという疑問（文字のかけ算ではない）が生じます。ここで悩むと先に進まないので、この点を留保した上で、問題を解いてみます。

【解法１】与式=6÷[2×(1+2)]と解した場合　6÷[2×(1+2)]=6÷6=1

【解法２】与式=(6÷2)×(1+2)と解した場合　(6÷2)×(1+2)=3×3=9

問２（問１の改題）
6÷2a を解け。ただし、a=(1+2)=3 とする。

(前提)解法の善し悪しは別にして、とりあえず問１とパラレルに解いてみます。
【解法１】与式= f(a)=6÷(2×a)と解した場合　f(1+2)=6÷[2×(1+2)]=6÷6=1
※与式=$\frac{6}{2a}$と解した場合も同様。

【解法２】与式= f(a)=(6÷2)×a と解した場合　f(1+2)=(6÷2)×(1+2)=3×3=9
※与式=$\frac{6}{2}$×a と解した場合も同様。

【計算の順序】
文部科学省の「小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　算数編」（平成 29 年 7 月）によれば、小学校第４学年で、数量の関係を四則の混合した式や（　）を用いた式の計算を指導することとされ、「指導に当たっては、乗法、除法を加法、減法より先に計算すること、（　）の中を先に計算することなどのきまりがあることを、具体的な場面に照らして理解できるようにし、習熟を図る。」とされています。ここで、筆者@底辺の作業を生業とする公務員の悲しい相（さが）で「など」の内容が気になりますが、その内容は、べき乗、かっこ内にかっこがある場合、乗除のみあるいは加減のみの場合の計算の順序の扱いとみられます。ただ、これらは小学生には、プライオリティーが低いので、「など」としたものと想像（筆者の勘に基づく根拠のない無責任な想像です。）。

【文字のかけ算における「×」の省略】
NHK 高校講座テレビ学習メモ(ベーシック数学)「文字式のかけ算・わり算」において「文字のかけ算には、×という記号を省略してよいというルールがあります。」とされています[1]。また、宮崎勝弐 等著『中学数学科ハンドブック２年』(1952)（国立国会図書館デジタルコレクション）によれば、第三章の「文字を使った計算」（１　式の表わし方）において、「数と文字との間」、「数とかっことの間」、「文字とかっことの間」、「かっことかっことの間」では、「×」を省略可能とされています。「数と数との間」では、「×」を省略不可とされています[2]。このように、文字を使っている式ではかけ算の記号「×」を省略してもよいルールがあるようです。

【正解は？】
N. J. Lennes によれば、$9a^2 \div 3a$ の問題を例示し、解は、乗除のみの式なので左より順次右に計算すれば $3a^3$ だが instance(実例)がないとし、慣用的には 3a としています[3]。そして、乗除のみの式の場合は、左から順次右に計算する通常の使用方法によらない慣用的な使用方法が定着していることを示唆しています。したがって、前掲の問２は解法１が正解ということになります。ちなみに、国立教育政策研究所教育課程研究センターが平成 26 年度（2014 年度）に実施した全国学力･学習状況調査の中学校第３学年数学 A の問題「$10xy \div 5x$ を計算しなさい。」の解説資料（同センター作成）で、正解は「$2y$」とし、誤答例として「$2x^2y$」をあげ、「これは $10xy \div 5x$ を $10xy \div 5 \times x$ として計算したと考えられる」としています（読解力の弱い筆者にとってこれを理解することが今後の人生の目標に）[4]。

なお、前掲の問１の与式の 6÷2(1+2)は、(6÷2)×(1+2)と理解するか、6 ÷[2×(1+2)]と理解するかによって、解が分かれることになります。解が分かれるのは、①文字を含まない与式で、数とかっことの間に「×」がないこと（その扱いが不明）と、②（①の扱いが不明であることにより）乗除のみの式の計算の順序に係る慣用との関係における曖昧さがあることから、これらを解消するため、仮定を置いて解かざるを得ないことに起因するものです。

【雑感】
実質的に同じような設問でも、慣用的な使用方法の有無等により、こたえる人に誤解を招くおそれがあることから、これを回避するため、設問の表記を工夫することも重要であると認識しました。そして、それは、統計調査の調査票の設計に際しての戒めにもなるところがあると思います。

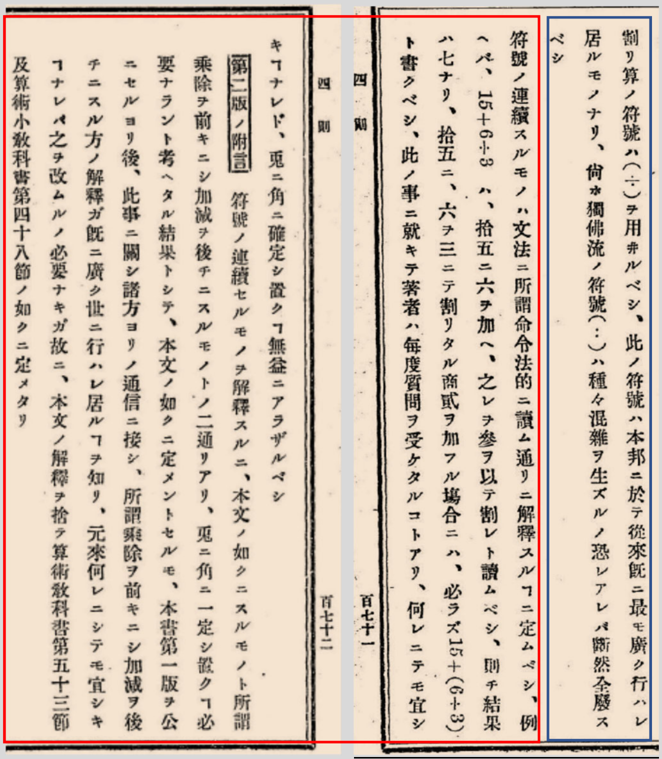
---

[1] https://www.nhk.or.jp/kokokoza/library/tv/basicmath/archive/basic_suu_11.pdf
[2] 例えば、$2\sqrt{3}$の場合は、$2\times\sqrt{3}$のように表記せずに「×」を省略できる慣例があるように想像できますが、調べた限りでは、そのルールを明示した資料は見当たりませんでした。
[3] N. J. Lennes “Relating to the Order of Operations in Algebra”(The American Mathematical Monthly, Vol. 24, No. 2 (1917))
[4] 「「$10xy \div 5x$」を「$10xy \div (5x)$」又は「$10xy \div (5 \times x)$」ではなく「$10xy \div 5 \times x$」として左から右に計算したと考えられる」なら分かりますが･･･。

【参考】四則計算の順序に関する明治・大正期の史料

■藤沢利喜太郎[5] 著『算術条目及教授法』明治 35 年.（1902 年）

⇒四則計算の順序には、意外な説もあり、衝撃を覚えました。



【画像】国立国会図書館デジタルコレクション
https://dl.ndl.go.jp/pid/811541/1/95

割り算ノ符号ハ（÷）ヲ用ヰルベシ、此ノ符号ハ本邦ニ於イテ従来既ニ最モ広ク行ハレ居ルモノナリ、尚ホ独仏流ノ符号（：）ハ種々混雑ヲ生ズルノ恐レアレバ断然全廃スベシ

符号ノ連続スルモノハ文典ニ所謂命令法的ニ読ム通リニ解釈スルㇷ゚（こと）ニ定ムベシ、
例へバ、１５＋６÷３ ハ、拾五ニ六ヲ加へ、之レヲ參ヲ以テ割レト読ムベシ、則チ結果ハ七ナリ、拾五ニ、六ヲ三ニテ割リタル商弐ヲ加フル場合ニハ、必ラズ１５＋(６÷３)ト書クベシ、此ノ事ニ就キテ著者ハ毎度質問ヲ受ケタルコトアリ、何レニテモ宜シキㇷ゚ナレド、兎ニ角ニ確定シ置クㇷ゚無益ニアラザルベシ

第二版ノ附言　符号ノ連続セルモノヲ解釈スルニ、本文ノ如クニスルモノト所謂乗除ヲ前キニシ加減ヲ後チニスルモノトノ二通リアリ、兎ニ角ニ一定シ置クㇷ゚必要ナラント考ヘタル結果トシテ、本文ノ如クニ定メントセルモ、本書第一版ヲ公ニセルヨリ後、此事ニ関シ諸方ヨリノ通信ニ接シ、所謂乗除ヲ前キニシ加減ヲ後チニスル方ノ解釈ガ既ニ広ク世ニ行ハレ居ルㇷ゚ヲ知リ、元来何レニシテモ宜シキㇷ゚ナレバ之ヲ改ムルノ必要ナキガ故ニ、本文ノ解釈ヲ捨テ算術教科書第五十三節及算術小教科書第四十八節ノ如クニ定メタリ

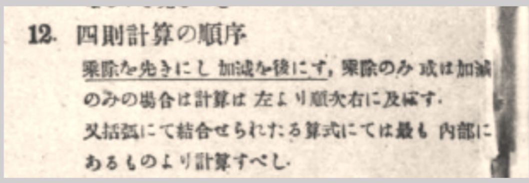
【赤で囲んだ部分の要点（筆者が理解しやすいようにアレンジ、脚色)】
四則計算の順序として、次の二つ方法があること。

・(本書のように)「加減を先にし、乗除を後にする方法」
例⇒１５＋６÷３＝２１÷３=7
※乗除をかっこ書にすると、乗除を先にし、加減を後にすることに。
例⇒１５＋(６÷３)⇒１５に(６÷３)の商２を加える

・(広く世に行われている)「乗除を先にし、加減を後にする方法」
例⇒１５＋６÷3=１５＋２＝１７

【おまけ】ドイツやフランスでは割り算の符号は「：」を用いているそうです[6]。
前掲の問１は、ドイツやフランス向けには、「6：2(1＋2)を解け。･･･」となるのでしょう。筆者は、「：」をみると、比を表す記号と認識し、外項の積＝内項の積なので、A : B＝6 : 2(1＋2)⇒$\frac{A}{B}=\frac{6}{2\times(1+2)}$を想起してしまいます（⇒筆者の低性能な脳の誤作動!?）。
ちなみに、藤澤利喜太郎は、上記に掲げた『算術条目及教授法』(青で囲んだ部分）で、独仏流の割り算の符号「：」を用いることに否定的な見解を示しています。

■中等理学会 編『新式算術の解き方』大正 8 年（1919 年）



【画像】国立国会図書館デジタルコレクション
https://dl.ndl.go.jp/pid/985358/1/11

四則計算の順序
乗除を先きにし 加減を後にす、乗除のみ或いは加減のみの場合は計算は左より順次右に及ぼす
又括弧にて結合せられたる算式にては最も 内部にあるものより計算すべし

【あとがき】
筆者は、これまでの統計図書館コラムで、素因数分解の計算過程において、文字を含まない式の「かっことかっことの間」で、「×」を省略してしまいました。ここに自白します。申し訳ございませんでした。深く反省し、引き続き自宅謹慎（テレワーク）します。
■統計図書館コラム【雑学編】号外（2021 年を振り返るはずが）
例：2071＝4096－2025＝64^2－45^2＝(64－45)(64＋45)＝19×109
■統計図書館コラム【雑学編】号外（2022 年を振り返ったら素因数分解プラスアルファに）
例：76^2 = 5776→5776－5767=9→5767 = 76^2－3^2=(76＋3)(76－3) = 79×73
■ピックアップ・コラム【No.P03】（統計を理解するための学び直し（その５）素因数分解）
例：20^5+20+1= (20^2+20+1)(20^3-20^2+1) = (400+20+1)(8,000-400+1)=421*7,601= 421*691*11= 11*421*691

---

[5] 藤沢利喜太郎（1861～1933）（明治期にヨーロッパに留学し、日本人で初めて当時の最先端の数学を学んだ理学博士。)。明治 27 年 1894 年に呉文聰（箕作阮甫の孫）らとの間で統計学論争を展開。菊池大麓（箕作阮甫の孫）は、藤沢利喜太郎の恩師。⇒統計図書館コラム№P02「箕作阮甫の孫と統計との関わり」参照。
[6]【参考資料】永野裕之「とてつもない数学」（数学の記号に関する国際規格 ISO 8000-2 における割り算の扱いについても紹介されています。）