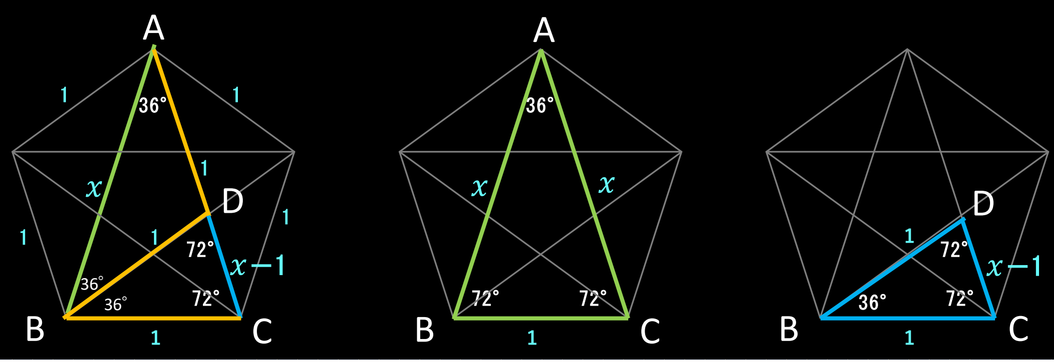
奥積雅彦（総務省統計研究研修所教官）

統計を理解するための学び直し（その２）黄金比

【はじめに】

　本稿では、統計図書館コラム・ピックアップコラム【No.P04】統計を理解するための学び直し（その１）円周率に関連して、黄金比について学び直しをしてみました。まず、正五角形に関する問題を解いて、それから学んだことを紹介します。

問　正五角形に作成された次の二等辺三角形の辺ＡＢの長さを求めよ。



【解法】

△ABC∽△BDC

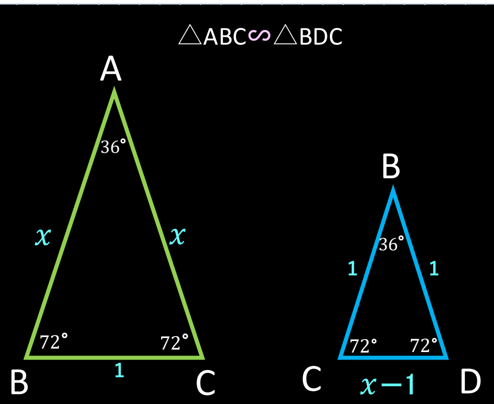
$x:1=1:(x-1)$

$x(x-1)=1$

$x^2-x-1=0$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$x>0\quad x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$



【問題から学んだこと】

⇒正五角形に作成された二等辺三角形から黄金比を目の当たりにできることに･･･。

$AB=AC=x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\fallingdotseq 1.618$

$BC:AB\fallingdotseq 1:1.618$ ⇒ 黄金比

$CD=x-1=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)-1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\fallingdotseq 0.618$

$CD:BC\fallingdotseq 0.618:1=1:1.618$ ⇒ 黄金比

⇒半径ｒの円に内接する正十角形の一辺（36°の扇形に内接する二等辺三角形の辺）の10倍の長さは、半径rの6.18倍、直径2rの3.09倍となります。これは、円周率π＞3.05の証明を求める問題について、正十角形の特性を基に証明できることを示唆しています。

⇒正十角形の一辺の長さを半分にすることにより、sin18°を導き出すことに･･･。

【黄金比とは】

黄金比（黄金分割）は、大辞林によれば、「一つの線分を二つの部分に分けるとき、全体に対する大きな部分の比と、大きな部分に対する小さい部分の比とが等しくなる分け方。大と小との比は約 1,618 対 1 で、古代ギリシャ以来最も調和的で美しい比とされた。」とされています。筆者にとっては、それが美しい比であるかは･･･よくわかりませんでした。

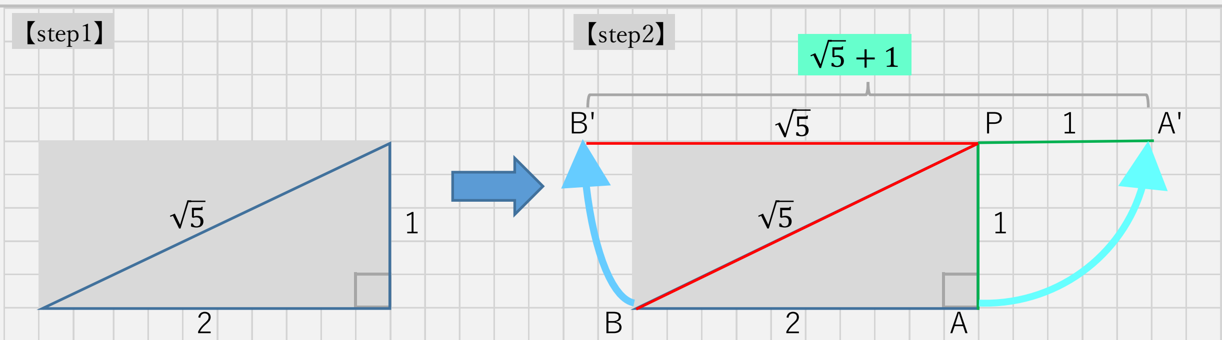
参考　$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$の分子$\sqrt{5}+1$を図示することにより、黄金比を目の当たりにすることもできます。

【step1】方眼紙に 1:2: $\sqrt{5}$の直角三角形を作成。

【step2】PB を基にコンパスで P を基点として BA に平行な線で P を通る PB’を引く。

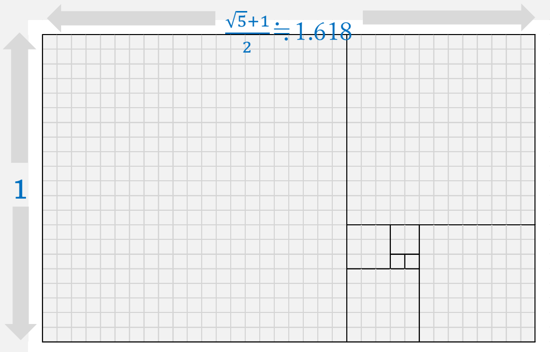
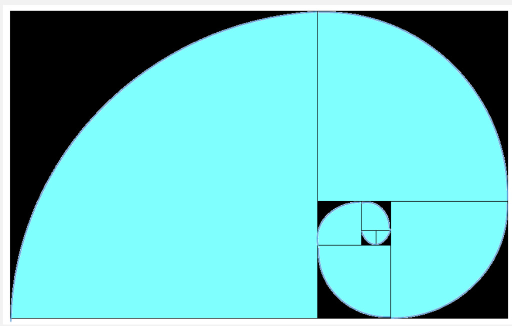
【step2】PA を基にコンパスで BA に平行な線で P を通る PA’を引く。

⇒BA : B’ A’=$2 : 1+\sqrt{5} = 1 : \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ≒ 1 : 1.1618⇒黄金比



【黄金長方形と黄金螺旋】

次の図のように、縦横の長さの比が黄金比である長方形（黄金長方形というそうです。）から最大となる正方形を切り出すと、元の長方形と相似になります。また、正方形に四分円を内接させると螺旋(らせん)ができます。これを黄金螺旋というそうです。黄金螺旋は、オウムガイを連想します。ここまでくると、黄金比って美しいかもしれない…とも思います。

黄金長方形	黄金 螺旋
	

参考　黄金長方形の作成方法の例

【step1】方眼紙に正方形 ABCD を半分にした長方形 QBPD の対角線 PB を引く。

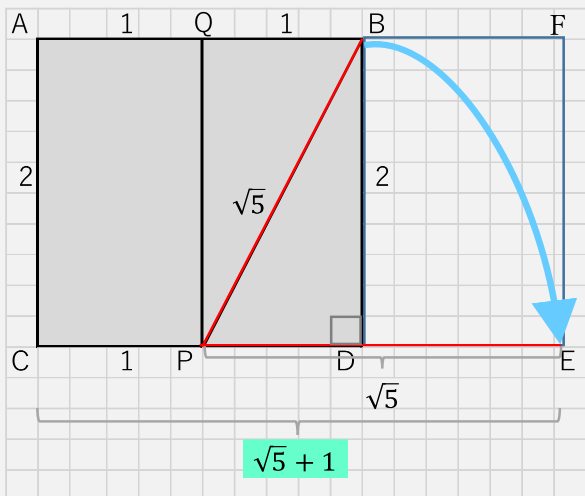
【step2】PB を基にコンパスでP を基点として AB に平行な線でP を通る PE を引く。

【step3】AC を短辺とし CE を長辺とする長方形AFCE を作成。

⇒長方形AFCE は黄金長方形

⇒AC : CE＝ CD : CE＝$2 : 1+\sqrt{5} = 1 : \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

≒ 1 : 1.1618⇒黄金比



【おわりに】

　黄金螺旋(らせん）の一つ一つの正方形をみると、**モンテカルロ法による円周率の近似値の計算方法を想起し、そして、筆者は、日常生活において「（統計に縁のある）確率は面積である」を意識するようになったと思います。学び直しの楽しさを実感することができました。**

　さらに、黄金螺旋の図は、幾何学的な模様の図であるという見方にとどまらず、**図の青で塗りつぶした**螺旋の部分**に命中する確率が π/4** であることも想起できるようになりました（統計図書館コラム・ピックアップコラム【No.P04】の【余談２】参照）。思わぬ収穫でした。