統計図書館コラム【雑学編】号外

（統計史料でみる昭和・平成期【その３】＋令和期 附録４）

2023 年を振り返ったら再び素因数分解プラスアルファに

奥積雅彦（総務省統計研究研修所教官）

【2023 年の出来事】

2023 年を振り返ると、国際的には引き続きロシアのウクライナ侵攻による緊張状態にあり、未だに停戦交渉の開始に至っておらず、停戦には、なお先行き不透明な状態にあること、イスラエル・パレスチナ武力勢力間の衝突、国内では物価の上昇、賃上げなどが想起されます。

そして、我が国における新型コロナの感染症法[1]上の位置づけについて、２類相当から季節性インフルエンザなどと同じ５類に移行したこと、第５回ＷＢＣ(World Baseball Classic)で日本が優勝したことなども想起されます。

統計行政では、第Ⅳ期公的統計の整備に関する基本的な計画の閣議決定、独立行政法人統計センターの創立 20 周年などが想起されます。また、統計図書館は国立国会図書館の支部図書館となって 75 周年を迎えたこと、国立国会図書館デジタルコレクションのリニューアルに伴う利便性の向上(貴重な統計史料が個人の端末で印刷(プリントアウト)可能に)[2]も想起されます。

2023 年は、社会の急激な変化（国際情勢、ポストコロナ、デジタル化‥‥‥等）への適切な対応が求められた１年であったように思います。

【2023 年の〆】

それでも、2023 年の〆は素因数分解と考え、トライしてみようとしましたが、2023 という数字についての素因数分解については、既に、統計図書館コラム【雑学編】号外（統計史料でみる昭和・平成期【その３】＋令和期 附録３）で紹介したとおりです（$2023=7\times17^2$）。併せて、2024 の素因数分解についても紹介済みです（$2024=2^3\times11\times23$）。その際、2023 の素因数分解でインド式計算の用語だけが唐突に登場し、インド式計算に係る説明が不十分なものとなってしまいました。

なので、今回は、インド式計算を適用する前提条件の説明を意識して、2023 と 2024 の素因数分解について改めてトライするとともに、有意にピックアップしたかけ算の設問（インド式計算に係るものを含む。）とその解法について統計図書館コラム【No.P12】「統計を理解するための学び直し（その８）乗法」で、ちょっとだけ紹介することとしました。

2024 の素因数分解

2024 は、上二桁 20 は $4\times(4+1)$、下二桁 24 が 4×6 の場合、 $4+6=10$ であることから、

十の位が同じ数字で一の位の合計が 10 の場合における二桁の自然数どうしのかけ算に係るインド式計算を想起して、

$2024=44\times46=2\times22\times2\times23=2\times2\times11\times2\times23=2^3\times11\times23$

2023 の素因数分解

2023 は、$\sqrt{2023}$以下の素数(43 以下の素数)で割り切れるか小さい素数から順にみると、素数 2,3,5 で割り切れないが、素数 7 で割り切れ、商は 289。

289 は、$240+49=(17+7)\times10+7\times7$ であることから、

十の位が同じ数字の場合における二桁の自然数どうしのかけ算に係るインド式計算を想起して、$289=17\times17=17^2$

（あるいは 289 は、$100+49+2\times7\times10=10^2+7^2+2\times7\times10=(10+7)^2=17^2$ であることから、二桁の自然数どうしのかけ算に係るインド式計算を想起。）

よって、$2023=7\times289=7\times17^2$

ちなみに今回、改めて 2023 を凝視してみたところ、ある数を 7 の倍数どうしの足し算あるいは引き算の式に変形可能ならば、ある数も 7 の倍数(7 で割り切れる)という考え方について学んだ記憶が突然、筆者の低性能な脳内で蘇りました。2023 年の〆の素因数分解は、筆者に小さな幸せをもたらしました。

$2023=2100-77=7\times(300-11)=7\times289$ ⇒2023 は、7 の倍数(7 で割り切れる)

【来年の抱負】

そう言えば、2022 年 7 月 11 日に国連が公表した“World Population Prospects 2022”（世界人口推計 2022）によれば、“The world’s population is projected to reach 8 billion on 15 November 2022, and India is projected to surpass China as the world’s most populous country in 2023.”と、世界の人口は 2022 年 11 月 15 日に 80 億人に達し、インドは、2023 年中に世界で最も人口の多い国として中国を追い抜くと予測され、また、2023 年 4 月 19 日に公表された国連人口基金（UNFPA）の「State of World Population Report」によると、2023 年の年央までにインドの人口は 14 億 2,860 万人に達し、中国の人口は 14 億 2,570 万人になると予測され、国連は同年 4 月 24 日、インドの人口が同月末までに推計で 14 億 2,577 万人以上になり、中国を抜いて世界最多になるとの予測を発表したことを想起しました。これらの予測は、あくまでも予測であって、インドでは 2021 年に予定されていた人口センサスが新型コロナウイルスの関係で延期されたこともあり、最新の人口センサスの結果を待たないと何とも言えない面もあります。来年2024 年も、引き続き、インド式計算とインドの人口、国際社会におけるインドの立ち位置に注目したいと思います。

なお、インド式計算は特に新鮮な感じがして、学び直しの楽しさを実感しました。あの世にいったら、インドの小学校における算数の授業やインド統計大学（Indian Statistical Institute）を見学してみたいと思います。ただ、いろいろなことについてのお祈りで忙しくてそれどころではないかもしれません。

---

1 感染症の予防及び感染症の患者に対する医療に関する法律（平成 10 年法律第 14 号）の略称

2 統計図書館コラム【ピックアップ・コラム】参考資料【号外】「実は貴重な統計史料が個人の端末で利用できます」（2023 年 12 月修正）参照。

【あとがき】

2023 年は、恥ずかしながら、電子体温計やさくらの開花予想で微分積分が使われていることを、初めて知りました。電子体温計の存在しない時代に底辺の高校を卒業後、主に統計関係の法令の制定改廃に伴う底辺の作業を生業とする公務員生活を送ってきた筆者は衝撃を覚えました。そこで、微分積分の動画サイトや入門書を参照し、古代ギリシャで発達した幾何学、アルキメデス（取りつくし法による放物線の面積と内接する三角形の面積との関係の発見⇒積分の原型）、古代イスラムで発達した代数学（方程式の研究）、暗黒時代（数学の停滞）、イスラムの勢力拡大（スペインが学問の中心地に）、ルネサンス運動、ヴィエトによる記号を用いた方程式の提唱（方程式の進化）、デカルト（座標の発明→方程式の視角化、幾何学と代数学の融合）、16 世紀～17 世紀のヨーロッパにおける戦争や紛争に伴う軍事技術の発達（砲弾の軌道の研究⇒接線（瞬間的な進行方向）の研究）、ニュートンやライプニッツによる微分積分法の創設（微分と積分の逆関係の発見）、19 世紀に極限の概念の確立･･･等々歴史的な話を含め独学できる喜びを実感することができました。そして、筆者は、あの世にいくまでに、少なくとも高校の数２の教科書で登場する微分積分の教育目標の上っ面を理解しようと思います（高校のとき微分積分に興味を抱けなかった原因の解明を含む）。

■予測式の電子体温計

電子体温計（わきにはさむタイプ）の計測方法には、実測式と予測式があります。実測式の場合、測定に 10 分ほど必要です。

予測式は、ある時点と n 秒後の時点まで限りなく細かい時間の体温の勾配を微分法により算出(曲線の接線の傾きを計算)し、測り始めてからの変化をもとに、数十秒の短時間で 10 分後はどうなっているかを予測するものです。

■さくらの開花予想

さくらの開花予想[3]のうち、簡単な予測方法は、積分法の考え方により導き出すことができます。

簡単な予測方法には、「600℃の法則」や「400℃の法則」があります。[4]

・「600℃の法則」

最高気温を用いて、２月１日からの累計が 600℃に達した頃に、さくらが開花すると予想するもの。（⇒右表参照）

・「400℃の法則」

平均気温を用いて、２月１日からの累計が 400℃に達した頃に、さくらが開花すると予想するもの。

※さくらの開花予測は、結局、天気予報にかかっています。天気予報は、微分法により、大気の瞬間の変化率を導出し、一定時間経過後の変化量を積分法により解析することで、気温、風速、風向き、湿度などが予測されるそうです。

【参考資料】

公益財団法人日本数学検定協会が運営する算数・数学のメディアサイト「ひとふり」

『微分・積分をざっくり理解！身近な事例３選も紹介』（天気予報）

https://hitofuri.suーgaku.net/calculus

【参考】東京の令和５年（2023年）２月１日～３月15日の最高気温

月	日	最高気温	累計	備考	月	日	最高気温	累計	備考
2	1	13.1	13.1		2	22	10.4	254.5	
	2	9.2	22.3			23	14.4	268.9	
	3	6.2	28.5			24	12.1	281.0	
	4	11.2	39.7			25	12.7	293.7	
	5	12.0	51.7			26	10.7	304.4	
	6	13.6	65.3			27	15.0	319.4	
	7	15.4	80.7			28	19.4	338.8	
	8	11.7	92.4		3	1	19.4	358.2	
	9	10.6	103.0			2	20.0	378.2	
	10	3.5	106.5			3	13.4	391.6	
	11	14.1	120.6			4	17.4	409.0	
	12	16.9	137.5			5	13.1	422.1	
	13	10.3	147.8			6	15.0	437.1	
	14	10.7	158.5			7	18.8	455.9	
	15	7.8	166.3			8	21.3	477.2	
	16	9.6	175.9			9	22.2	499.4	
	17	10.8	186.7			10	22.9	522.3	
	18	15.0	201.7			11	20.8	543.1	
	19	18.5	220.2			12	18.8	561.9	
	20	14.7	234.9			13	16.7	578.6	
	21	9.2	244.1			14	14.6	593.2	開花宣言
						15	17.9	611.1	

※気象庁ＨＰで公開の「日ごとの最高気温」を基に作成。

---

[3] 現行では、さくらの開花日や満開日の観測は、気象庁が行っていますが、2022 年春の分から、同庁でさくらの開花予想の発表は行っていません。このため、さくらの開花予想日に関する情報は、民間気象事業者が独自の方法で発表したものを参照することになります。ウエザーニュースのＨＰによれば、**「気象情報会社などが行う開花予想では、･･･休眠打破の日を起算日として、温度変換日数を積算し、地点毎に定めた日数に到達した日を開花日と予想します。」**とされています。（大阪公立大学大学院の青野靖之先生らによる計算式(花のつぼみが開くためには気温 15 度の状態が 23.8 日分必要と導かれていることを基に計算するもの)があるようですが、個々の民間気象事業者が実際にどのように予想しているのかは不明です。いずれにしても民間気象事業者が独自に創意工夫して予想しているものとみられます（視聴者の接写レポート（拙者レポートではありません）により投稿された画像情報も参考にしている事業者もあるようです。）。

【参考情報】

・青野靖之・守屋千晶(2003)「休眠解除を考慮したソメイヨシノの開花日推定モデルの一般化」

・2023 年５月 12 日放送のＮＨＫ「チコちゃんに叱られる拡大ＳＰ」（桜の開花）･･･ほか

一口メモ 2021 年３月～4 月における「さくらの開花予想」についての気象庁の報道発表資料にさくらの開花予想に関する参考情報が掲載されていましたので、ここに引用します。

１.さくらは、夏頃に翌春咲く花のもととなる花芽（かが）を形成し、休眠に入ります。花芽は冬の低温に一定期間さらされると休眠から覚めます（休眠打破）。花芽は休眠打破のあと気温の上昇とともに生長し開花します。

さくらの予想開花日は、過去の開花日と気温のデータから予想式を作成し、これに、昨年秋からの気温経過と気温予報をあてはめて求めています。なお、気温予報には週間予報、１か月予報及び３か月予報を用いています。

２.開花とは花が 5～6 輪開いた状態のことです。さくらの開花は、一般的に標高が 100m 高くなるごとに約 2～3 日遅くなります。

また、ソメイヨシノの開花から満開までの期間は、今回発表した地域では約１週間※です。なお、満開とは、花芽の約 80%以上が開花した状態のことです。

※第１回～第３回公表の地域。ただし、第４回・第５回公表の地域（東北）は約５日、第６回～第８回公表の地域（北海道）は約３～４日とされています。

３.さくらの開花を平年値（1971 年～2000 年の 30 年間の累年平均値）と比べる場合、「平年並」とは平年値との差が２日以内、「早い（遅い）」とは平年値より３日以上早い（遅い）ことをいいます。なお、「かなり早い（遅い）」とは平年値より７日以上早い（遅い）ことをいいます。

４.開花予想は、各気象台や測候所の定めた標本木を対象としたもので、名所の開花とは異なることがあります。また、予想開花日には平均して前後 2～3 日程度の誤差があります。

[4] 600℃の法則や 400℃の法則については、次のサイト（ウエザーニュースのＨＰ）に分かりやすく説明されています。

・600℃の法則 https://weathernews.jp/s/topics/202203/190205/

・400℃の法則 https://weathernews.jp/s/topics/201802/150105/

【追記】
日本統計協会の発行する「統計」（統計の専門雑誌）における微分積分についての記事を探索したところ、1966 年度に６回にわたり「統計に使う微分・積分」が連載されていました。記事は、統計実務者向けに微分積分の基礎について解説したものです。執筆者は、三浦由己元統計局長です。

〇日本統計協会『統計』の連載記事「統計に使う微分・積分」に関する所在源情報

	巻号、出版年月	ＵＲＬ※	備考（記事の内容）
初回	17(2),1966－02	https://dl.ndl.go.jp/ja/pid/2780392/1/14	関数の極限値、微係数、導関数、微分公式、微分法則
第 2 回	17(9),1966－09	https://dl.ndl.go.jp/ja/pid/2780399/1/21	導関数の性質、高次の導関数、第 2 次関数の意味と性質
第 3 回	17(10),1966－10	https://dl.ndl.go.jp/ja/pid/2780400/1/20	偏微分、２変数以上の関数の極大・極小
第 4 回	17(11),1966－11	https://dl.ndl.go.jp/ja/pid/2780401/1/17	放物線の面積（アルキメデス）、一般的な面積の求め方、原始関数、積分の公式
第 5 回	18(1),1967－01	https://dl.ndl.go.jp/ja/pid/2780403/1/21	定積分、定積分の性質、定積分と不定積分との関係、部分積分の公式、積分変数の変換の公式
完	18(2),1967－02	https://dl.ndl.go.jp/ja/pid/2780404/1/20	微分積分が統計どのように使われているかの例示（例 1：分布関数、例 2：曲線のあてはめ）

※国立国会図書館デジタルコレクション（国立国会図書館内/図書館・個人送信限定）

2023 年 5 月、三浦由己元統計局長が他界されました。ここに謹んで哀悼の意を表します。ちなみに、三浦由己元統計局長は、筆者にとって雲の上のそのまた上の方で、お目通りがかなうことはなく、通常なら接点は全くないはずなのですが、半世紀近く前に統計局に採用された際のメインの面接官が三浦由己元統計局長（当時、課長級）でした。筆者が 18 歳のときです。面接の際、三浦面接官から「話したくないことがあったら話さなくてもいいですよ」と優しくお声がけいただき、緊張がほぐれた記憶があります。
ちなみに、筆者は、これまでの人生で、対面で黙秘権の行使が可能である旨を告げられたのは、この面接の時のみです･･･。

【おまけ】素因数分解に関する設問
インターネットで公開されている素因数分解に関する設問のサムネイルを見て、最近、新に出会ったもので、過去の統計図書館コラムで取り上げた解法のパターンと異なるものなどについて、筆者が有意にピックアップし、自分勝手にアレンジ、脚色して解いてみましたので紹介します。

① 1,024,143 の素因数分解

1,024,143＝$1{,}000^2$＋24×1000＋143
143＝130＋13＝13×(10＋1)＝13×11
右辺＝$1{,}000^2$＋24×1,000＋13×11 ⇒「$x^2+(l+m)\times x+l\times m=(x+l)\times(x+m)$」への変形を試みる。
＝$1{,}000^2$＋(13＋11)×1,000＋13×11＝(1,000＋13)×(1,000＋11)
＝1,013×1,011
1,013 は、$\sqrt{1{,}013}$以下($\sqrt{1{,}024}$＝32 未満)の素数（2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31）で割り切れないことから素数。
1,011 は、各桁の合計が 3 の倍数なので 3 で割り切れる。⇒1,011＝3×337
337 は、$\sqrt{337}$以下($\sqrt{361}$＝19 未満)の素数（2,3,5,7,11,13,17）で割り切れないことから素数。
∴1,024,143＝1,013×1,011＝3×337×1013

② 999,271 の素因数分解

999,271＝100^3－729＝100^3－81×9＝100^3-9^3＝10^6-3^6＝$(10^3-3^3)\times(10^3+3^3)$
＝$(10-3)\times(10^2+3\times10+3^2)\times(10+3)\times(10^2-3\times10+3^2)$
＝7×139×13×79 ←139 は、$\sqrt{139}$以下の素数(2,3,5,7,11)で割り切れないので素数。79 は、$\sqrt{79}$以下の素数(2,3,5,7)で割り切れないので素数。
∴999,271＝7×13×79×139

③ 2,291,544 の素因数分解

2,291,544 は、各桁の合計が 9 の倍数なので 9(＝3^2)で割り切れる。⇒2,291,544＝3^2×254,616

2) 254, 616
2) 127, 308
2) 63, 654
3) 31, 827
10, 609 ⇒254,616＝2^3×3×10,609

2,291,544÷9 ⇒

商		2		5		4		6		1		6
9)	2	2	4	9	4	1	5	5	1	4	5	4
－)	1	8	4	5	3	6	5	4		9	5	4
余り		4		4		5		1		5		0

10,609＝100^2＋6×100＋9＝100^2＋2×3×100＋3^2＝$(100+3)^2$＝103^2
103 は、$\sqrt{103}$以下（$\sqrt{121}$＝11 未満）の素数（2,3,5,7）で割り切れないことから素数。
⇒254,616＝$2^3\times3\times103^2$
∴2,291、544＝3^2×254,616＝$3^2\times2^3\times3\times$10,609＝$3^2\times2^3\times3\times103^2$＝$2^3\times3^3\times103^2$

④ 777,777 の素因数分解

（解法１）
777,777＝777,000＋777＝777×(1,000＋1)＝777×1,001

777＝7×111
111 は、各桁の合計が 3 の倍数なので 3 で割り切れる。
⇒111＝3×37
⇒777＝7×3×37

1,001=10^3+1=(10+1)×(10^2－10+1)
あるいは、1,001 は、偶数桁の合計－奇数桁の合計＝0 なので 11 で割り切れる。
⇒1,001＝11×91

91＝100－9＝10^2－3^2＝(10+3)×(10－3)
あるいは、91＝77＋14＝7×(11＋2)
あるいは、91＝64＋27＝4^3＋3^3＝(4＋3)×(4^2–3×4＋3^2)
＝7×(16–12+9)

⇒91＝7×13
⇒1,001＝11×7×13

∴777,777＝777×1,001＝7×3×37×11×7×13
＝3×7^2×11×13×37

（解法２）
777,777＝7×111,111
111,111 は、各桁の合計が 3 の倍数なので 3 で割り切れる。
111,111＝3×37,037＝3×37×(1,000＋1)＝3×37×1,001＝3×37×11×7×13 ← 1,001 は、(解法１)参照。

あるいは、111,111＝111×(1,000＋1)＝111×1,001
＝3×37×11×7×13 ← 111 と 1,001 は、(解法１)参照。

∴777,777＝7×111,111＝7×3×37×1,001
＝7×3×37×11×7×13＝3×7^{2}×11×13×37

⑤ 10,403 の素因数分解

100^2＋(1＋3)×100＋3=(100＋1)×(100＋3)=101×103
101 と 103 は、それぞれの平方根以下の素数(2,3,5,7)で割り切れないので素数。
∴10,403=101×103

⑥ 14,673 の素因数分解

（解法１）
14,673 は、各桁の合計が 3 の倍数なので 3 で割り切れる。
⇒14,673=3×4,891=3×(4,900−9)
=3×(70−3)×(70+3)=3×67×73 ←67 と 73 は、それぞれの平方根以下の素数(2,3,5,7)で割り切れないので素数。

（解法２）
14,673=14,600+73=73×(200+1)=73×201=73×67×3=3×67×73

⑦ 728,999,999 の素因数分解

729×10^6＝81×9×10^6＝9^3×10^6＝3^6×10^6＝$(3×10)^6$
⇒728,999,999＝729×10^6–1＝$(3×10)^6$–1
＝(30^3+1)×(30^3–1)
＝(30+1)×(30^2–30+1)×(30–1)×(30^2+30+1)
=29×31×871×931

871＝780+91＝260×3+91＝13×(20×3+7)＝13×67 （67 は、素数）

931＝190×5−19＝19×(10×5−1)＝19×7^2

∴728,999,999＝7^2×13×19×29×31×67

⑧ 2,023,021 の素因数分解

2,023,021＝2,021×10^3＋2,021＝2,021×(10^3＋1)
＝2,021×(10＋1)×(10^2－10＋1)＝2,021×11×91

2,021 は、上二桁 20 は 4×(4+1)、下二桁 21 が 3×7 の場合、 3＋7=10 であることから、十の位が同じ数字で一の位の合計が 10 の場合における二桁の自然数どうしのかけ算に係るインド式計算を想起。

⇒2,021＝43×47

また、91＝77＋14＝7×(11＋2)＝7×13（他の方法は、前掲の④参照）

∴2,023,021＝7×11×13×43×47 （43 と 47 は、ともに素数）

⑨ 4,901 の素因数分解

4,901＝2,401＋2,500＝(2,500－100＋1)＋(2,500)
＝$(50－1)^2$＋4×625＝49^2＋4×25^2＝7^4＋4×5^4

ソフィー・ジェルマンの恒等式[参考]
a^4＋$4b^4$＝(a^2＋$2b^2$＋2ab)×(a^2＋$2b^2$－2ab) に、a＝7、b＝5 を当てはめると、

7^4＋4×5^4＝(7^2＋2×5^2＋2×7×5)×(7^2＋2×5^2－2×7×5)
＝(49＋50＋70)×(49＋50－70)＝169×29＝13^2×29

∴4,901＝13^2×29

【参考】ソフィー・ジェルマンの恒等式
［証明の考え方］
a^4＋$4b^4$＝a^4＋$4a^2b^2$＋$4b^4$－$4a^2b^2$
＝$(a^2＋2b^2)^2$－$(2ab)^2$
＝(a^2＋$2b^2$＋2ab)×(a^2＋$2b^2$－2ab)

∴a^4＋$4b^4$＝(a^2＋$2b^2$＋2ab)×(a^2＋$2b^2$－2ab)

【余談】
何の脈略もなく、数年前にラマヌジャンについて調べる過程で登場したタクシー数について、素因数分解してみました。

［１］1,729 の素因数分解

1,729＝1,000＋729=10^3＋81×9=10^3＋9^3＝(10＋9)(10^2－10×9＋9^2)＝19×91＝19×(77＋14)＝19×7×(11＋2)＝19×7×13
あるいは、1,729＝1,728＋1＝1,440＋288＋1＝144×(10＋2)＋1＝12^2×12＋1＝12^3＋1^3＝(12＋1)(12^2－12×1＋1)
＝13×133＝13×(70＋63)＝13×7×(10＋9)=13×7×19
∴1,729＝7×13×19

さらに横道に逸れ、1,729 を調べてみました。その過程で、1,729 がカーマイケル数(絶対擬素数)であることを知りました。そして、「カーマイケル数」について、「レファレンス協同データベース」(国立国会図書館が全国の図書館等と協同で構築している、調べ物のためのデータベース)で検索したところ、１件ヒット[5]し、所在源情報等について丁寧に回答がなされていました。
回答の中で、カーマイケル数として最初に 561 が登場していました。561 に出会ったのも何かの縁なので、これを素因数分解してみました。(筆者の低性能な脳内における関心は、整数論とはほど遠く、己の器の小ささを自覚しました。)

［２］561 の素因数分解

561＝510＋51＝51×(10＋1)＝51×11 ⇒51 は、各桁の合計が 3 の倍数なので 3 で割り切れる。⇒51＝3×17
∴561＝3×11×17

5 https://crd.ndl.go.jp/reference/detail?page=ref_view&id=1000160329（レファレンス協同データベース）
→質問「カーマイケル数（Carmichael number）について、561（数列の最初の数）より後の数を知りたい。」