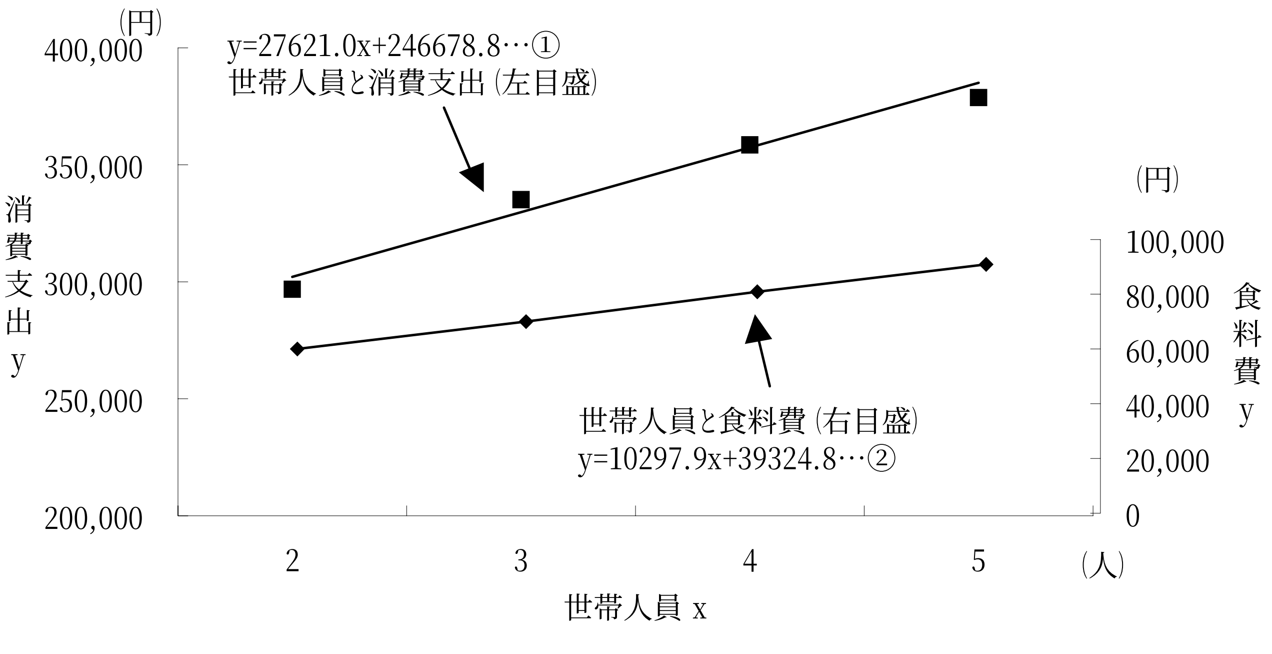
付録6　回帰計算と世帯人員調整及び支出弾力性

＜回帰計算＞

　家計調査では，世帯人員別の結果を公表しています。これを見ると世帯人員が増えるごとに消費支出も増えていくことが分かります。ところで統計学には回帰計算という手法があります。この方法を用い，二人以上の世帯の世帯人員と消費支出の関係を直線で近似することができます。

図　世帯人員と消費支出及び食料との関係

（平成１２年平均　全国・勤労者世帯）



注）農林漁家世帯を除く

　回帰計算によると，世帯人員（x）と消費支出（y）の関係は次の式となります。

$$y = 27621.0x + 246678.8 \quad \cdots\cdots ①$$

これは「家計は消費支出の固定費として約２４万７千円かかり，世帯人員が一人増えるたびに約2万8千円消費支出が増える」ということを示しています。

上記の図を見て分かるように，必ずしも回帰直線はすべての点を通るということはなく，各点と回帰直線の間には残差があります。回帰直線とは，各点と直線との間の残差が最も小さくなるように最小二乗法を用いて引いた直線です。

＜回帰計算＞

	2人世帯	3人世帯	4人世帯	5人世帯
世帯人員	X_2	X_3	X_4	X_5
消費支出	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
世帯数分布	F_2	F_3	F_4	F_5

このデータに基づいて，世帯人員x，消費支出yに関する回帰式

$$y = ax + b$$

のa，bは，以下の手順で計算されます。

世帯数分布の和 $F = \Sigma F_i = F_2 + F_3 + F_4 + F_5$

世帯人員の平均 $\overline{X} = (\Sigma F_i X_i) / F$

消費支出の平均 $\overline{Y} = (\Sigma F_i Y_i) / F$

ここで出てくる記号Σ（シグマ）は，世帯数分布の和Fの式に出ているように，和を求めることを表した記号です。これらの文字を使って，a，bは

$$a = \frac{\Sigma F_i (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\Sigma F_i (X_i - \overline{X})^2}$$

$$= \frac{F \Sigma F_i X_i Y_i - (\Sigma F_i X_i)(\Sigma F_i Y_i)}{F \Sigma F_i X_i^2 - (\Sigma F_i X_i)^2}$$

$$b = \overline{Y} - a\overline{X}$$

で求められます。

表の回帰直線係数は，世帯人員が2人世帯から5人世帯の結果を用いて計算しています。したがって，①式の適用範囲は，

$2 \leqq$ 世帯人員 $x \leqq 5$

の場合に限られます。

なお，①式から推計された4人世帯消費支出を $\hat{Y}(4)$ と表しますが，これは実際の4人世帯の平均消費支出である Y_4 とは異なることに注意してください。

＜世帯人員調整＞

家計調査では，世帯人員調整係数算出の回帰計算を5年ごとに行っています。最近では，平成１２年の一年間の平均データを用いて算出した結果を，平成１２年家計調査年報「参考表3　世帯人員に対する収入及び支出の回帰直線係数」に掲載しており，その一部を表に掲げました。これをみると，「実数」及び「消費支出」の欄に，さきほどの①式の係数がa，bとしてそのまま載っています。

表　世帯人員に対する支出の回帰直線係数

(平成１２年平均　全国･勤労者世帯)

項　目	実　数		4人世帯　Y＝100	
	a	b	a	b
消費支出	27,621.0	246,678.8	7.73	69.07
食　料	10,297.9	39,324.8	12.79	48.84

また，「実数」のところの「食料」の数字を見ると，家計の食料支出の固定費は３９３２４．８円で，世帯人員が一人増えるごとに１０２９７．９円支出が増えるということが分かります。これを式で表すと，次のようになります。

$$y = 10297.9x + 39324.8 \quad \cdots\cdots②$$

「実数」では回帰直線の係数は何万という大きな数値になるわけですが，

扱いやすいように直線の式の係数を変換したものが，表の右半分「4人世帯　Y＝100」に掲げられています。ここでは「4人世帯の消費支出」が100になるように式を調整してあります。

例えば，消費支出についてみると，

$$y = 7.73x + 69.07 \quad \cdots\cdots \text{①}'$$

となっています。「実数」からなる①式と「4人世帯　Y＝100」に換算した①’式は，傾きと切片の比が同じなので，それらの係数を用いて描かれる直線は相似（縮尺を換えれば2者は一致する。）です。

なお，①式と①’式の関係は次の式で表せます。

$$\frac{27621.0}{\hat{Y}(4)} \times 100 = 7.73$$

$$\frac{246678.8}{\hat{Y}(4)} \times 100 = 69.07$$

ただし，

$\hat{Y}(4)$＝4人世帯の回帰直線における消費支出

$$= 27621.0 \times 4 + 246678.8$$

$$= 357162.8$$

世帯人員調整係数とは，この「4人世帯　Y＝100」の回帰式で，ある世帯人員数をxに代入して得られたyの値を言います。

では，実際に平成12年12月の消費支出を4人世帯に換算しましょう。

12年12月の全国・勤労者世帯の1世帯当たりの消費支出は420，503円で，平均世帯人員は3.46人です。

①'式のxに3.46を代入すると，消費支出の世帯人員調整係数は

$$7.73 \times 3.46 + 69.07 = 95.82$$

となります。これより，平成12年12月の全国平均の消費支出を，同じ月の4人世帯の消費支出$\hat{Y}_1(4)$に換算することができます。

$$\hat{Y}_1(4) : 100 = 420,503 : 95.82$$

より，

$$\hat{Y}_1(4) = 420,503 \times \frac{100}{95.82} = 438,846$$

4人世帯に換算した平成12年12月の消費支出は，438，846円とわかります。

＜支出弾力性＞

以上では，x軸に世帯人員を，y軸に消費支出を取ったときの回帰直線を考察しました。今度はx軸として消費支出，y軸に食料の支出金額を取った場合を考えてみます。この場合も，消費支出が増えれば，食料支出は増える傾向があり，回帰直線の方程式が

$$y = ax + b$$

と求められたとすれば，この式はこう解釈されます。

「消費支出が1円増えれば，食料支出はa円増える」

傾きaは限界性向と呼ばれています。

ところで，消費支出と食料支出は金額のレベルが大きく違うので，両者の相対的な大きさの違いも考慮に入れて増加の程度を分析するには，支出弾力性η（イータ）が用いられます。支出弾力性とは，

「消費支出の伸びが1％の時，食料支出の伸びはη％である」

ということを表しています。

支出弾力性は，ｘの値で量りますが，消費支出の平均値$\bar{x}$のところでの数値を使うこととしており，それは次の式で計算されます。

消費支出，食料支出の平均値をそれぞれ$\overline{X}$，$\overline{Y}$とすると

$$\text{支出弾力性}\,\eta = \frac{\text{消費支出が1\%伸びたときの食料支出の増加額}}{\text{食料支出額}} \times 100$$

$$= \frac{a \times 0.01\,\overline{X}}{\overline{Y}} \times 100$$

$$= \frac{a\,\overline{X}}{\overline{Y}}$$

家計調査では，年間収入階級別の結果から，消費支出（X）に対する各用途分類項目の支出金額（Y）の回帰式を利用して，弾力性η，限界性向a，切片bを計算し，それぞれの値を家計調査年報<<家計収支編（二人以上の世帯）>>「付表4　用途分類項目の支出弾力性」に掲載しています。