

**制約付き尾崎型生産関数の推定：SUT 作成シミュレーションモデル開発のための  
の試算**

A Note on a Restricted Estimation of the Ozaki-type Production Function: A Trial  
Calculation for Developing a Simulation Model of Creating a Supply Use Table

**宮内 環**  
**統計研究研修所客員教授**  
**慶應義塾大学産業研究所兼任所員**

MIYAUCHI Tamaki  
SRTI Guest Professor  
Associate Research Fellow, Keio Economic Observatory, Keio University

令和 5 年 9 月  
September 2023

**総務省統計研究研修所**  
Statistical Research and Training Institute (SRTI)  
Ministry of Internal Affairs and Communications

受理日：令和5年9月8日

本ペーパーは、総務省統計研究研修所の客員教授である執筆者が、その責任において行った統計研究の成果を取りまとめたものであり、その内容については、総務省統計局又は統計研究研修所の見解を表したものではありません。本ペーパーの内容については、執筆者に問い合わせ願いたい。

# 制約付き尾崎型生産関数の推定: SUT 作成シミュレーションモデル開発のための試算

宮内 環

## 概要

擬似マイクロデータ作成の一環として、本稿は企業の従業者数のシミュレーション値をその企業の売上（収入）のシミュレーション値から生成する試算について報告する。従業者数の生成は尾崎型生産関数に依拠している。尾崎型生産関数は従業者数を左辺に、売上を右辺に、これら変数について対数線形である。対数線形の尾崎型生産関数の右辺に正規分布に従う擬似乱数の項を置き、従って売上のシミュレーション値が同じ企業の間でそれらの従業者数がランダムに変動することになる。さらにこの擬似乱数の分散は売上が大きくなるにつれて小さくなる不均一分散のモデルに従って変動するという定式化を行った。尾崎型生産関数は右辺に規模係数と売上の冪係数の二つの係数を含む。これら二つの係数の推定はラグランジュ未定乗数法により、従業者数と売上の各々の観察値を代入した対数線形の尾崎型生産関数について制約付き残差二乗和を最小とする係数を求める方法を採用した。この制約とは尾崎型生産関数の右辺に置いた擬似乱数の値が 1 のときの企業の従業者数のシミュレーション値を同一の産業に属する企業について合計した値が、当該産業の従業者数の公表値に一致するというものである。以上の方法により SUT 作成シミュレーションモデルのための企業ごとの従業者数のシミュレーション値を得た。

キーワード：尾崎型生産関数、従業者数、不均一分散、制約付き推定、ラグランジュ未定乗数法

A Note on a Restricted Estimation of the Ozaki-type Production Function:  
A Trial Calculation for Developing a Simulation Model of Creating a Supply  
Use Table

MIYAUCHI Tamaki

Abstract

This paper reports a trial calculation generating the simulated number of persons engaged by enterprises from simulated sales (income) of enterprises. We employ the Ozaki-type production function to generate the simulated number of persons engaged. The Ozaki-type production function has the number of persons engaged on the left side and the sales on the right side in its logarithmic form. Because we put a pseudo-random number that follows normal distribution on the right-hand side of the Ozaki-type production function in its logarithmic form, the simulated number of persons engaged randomly distributes among the enterprises with the same sales levels. Furthermore, we specified a heteroscedastic model for the pseudo-random number with a larger variance for relatively smaller sales. The Ozaki-type production function has two coefficients on the right-hand side, i.e., scale and power coefficients. For estimating these two coefficients, we employed Lagrange's method of undetermined multipliers for solving restricted minimization of the sum of squared residuals of the Ozaki-type production function in logarithmic form, with the observed number of persons engaged and observed sales. The restriction is the sum of the simulated number of persons engaged in the enterprises belonging to a specific industry classification must be equal to the published total number of persons engaged in the enterprises belonging to the same industry. Thus, we obtained the simulated number of persons engaged for each enterprise for the simulation model of creating SUT.

Keywords: Ozaki-type Production Function, Number of Persons Engaged,  
Heteroscedasticity, Restricted Estimation, Lagrange's Method of  
Undetermined Multipliers

# 1 尾崎型 $L = aX^b \cdot \varepsilon$ のパラメータ $a$ および $b$ の推定

擬似マイクロデータ作成の一環として、企業の従業者数  $L$  をその企業の売上（収入） $X$  から生成する作業を行った。 $L$  の生成のために尾崎型生産関数<sup>1</sup>

$$L = aX^b \quad (1)$$

の右辺に対数正規分布に従う確率的攪乱項  $\varepsilon$  を加えた

$$L = aX^b \cdot \varepsilon \quad (2)$$

を用いている。ただし、(1) 式および (2) 式の各右辺の  $a$  および  $b$  は産業分類ごとのパラメータであり、いずれも正値であることを前提とする。

(2) 式の  $a$  および  $b$  の値の推定は、(2) 式について  $\varepsilon = 1$  として  $X$  を代入して生成した  $L$  の合計が、公表値に一致するように、ラグランジュ未定乗数法を用いて行った。

## 1.1 尾崎型生産関数 $L = aX^b$ の係数 $a, b$ についての制約

擬似乱数で発生させた産業分類  $i$  の第  $j$  企業の売上（収入） $X_{ij}$  ( $j = 1, \dots, J$ ) を (1) 式に代入して得た  $L_{ij}$  についての第  $i$  産業分類の合計が、経済センサス公表データ<sup>2</sup>である  $\bar{L}_i$  に一致することが  $a$  および  $b$  についての制約条件である。

$$\bar{L}_i = \sum_j^J a_i X_{ij}^{b_i} \quad (3)$$

ただし、(3) 式右辺では、尾崎型生産関数 (1) 式右辺のパラメータ  $a$  および  $b$  が産業分類  $i$  ごとに異なる値をとることを明示するために、各々に産業分類  $i$  の添え字を付している。

表 1 には、産業分類  $i$  ごとの従業者数合計の公表値  $\bar{L}_i$  (単位: 人) を示す。

表 1: 産業分類ごとの従業者数合計の公表値 $\bar{L}_i$ (単位: 人)	
1.5 桁産業分類	$\bar{L}_i$
AB 農業, 林業, 漁業	362170
C 鉱業, 採石業, 砂利採取業	19467
D 建設業	3690740
E 製造業	8864253
F 電気・ガス・熱供給・水道業	187818
G1 情報通信業 (通信業, 放送業, 映像・音声・文字情報制作業)	456280
G2 情報通信業 (情報サービス業, インターネット附随サービス業)	1185762
H 運輸業, 郵便業	3197231
I1 卸売業	4003909
I2 小売業	7839960
J 金融業, 保険業	1530002
K1 不動産業	1178108
K2 物品賃貸業	284287
L 学術研究, 専門・技術サービス業	1842795
M1 宿泊業	678833
M2 飲食店, 持ち帰り・配達飲食サービス業	4683255
N 生活関連サービス業, 娯楽業	2420557
O1 教育, 学習支援業 (学校教育)	1018611
O2 教育, 学習支援業 (その他の教育, 学習支援業)	808985
P 医療, 福祉	7374844
R2 サービス業 (政治・経済・文化団体, 宗教を除く)	4237259

<sup>1</sup>尾崎型生産関数のアイデアは産出規模に応じて従業者数  $L$  と産出  $X$  についての投入係数  $\frac{L}{X}$  について規模の経済性が作用する傾向があるとの観察事実に基づく。詳しくは尾崎 [1, 2], Ozaki [3, 4, 5, 6] を参照されたい。

<sup>2</sup>統計名: 「平成 28 年経済センサス・活動調査 事業所に関する集計 産業横断的集計」、表番号 : 3、表題: 「産業 (細分類) 別民営事業所数, 従業上の地位 (6 区分), 男女別従業者数及び出向・派遣従業者数一全国」による。

## 1.2 経済センサス規模別データを用いての制約なし (1) 式の推定

推定には売上高階層別の企業等数、従業者数（人）、売上高（100万円）の公表値<sup>3</sup>を用い、産業分類  $i$  の売上高階層  $s$  ごとに、企業数  $w_{is}$ 、一企業当たり従業者数  $L_{is}$ 、一企業あたり売上  $X_{is}$  の観測値が得られる。

### 1.2.1 制約なしのウェイト付き最小二乗法による推定

$X_{is}$  を代入し  $L_{is}$  の予測値を得るための推定 一般には (1) の両辺の自然対数を取り

$$\log(L_{is}) = \log(a_i) + b_i \log(X_{is}) + \epsilon_{is}, \quad \epsilon_{is} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\epsilon(i)}^2), \quad s = 1, \dots, S \quad (4)$$

に最小二乗法を適用して推定する。企業数のウェイト  $w_{is}$  による、制約なしのウェイト付き最小二乗法の目的関数  $\varphi_0$  は

$$\varphi_0 \equiv \sum_s^S w_{is} \{\log(L_{is}) - \log(a) - b \log(X_{is})\}^2 \quad (5)$$

である。

## 1.3 経済センサス規模別データを用いての (3) の制約付き (1) 式の推定

(3) の制約条件は、尾崎型生産関数のパラメータ  $a_i, b_i$  について非線形な制約式であるので、この制約付きで (1) を最小二乗法で推定するには、ラグランジュ未定乗数法を用いて目的関数の制約付き最小化の必要条件を導く必要がある。ただし以下では記述の煩雑さを避けるため、尾崎型生産関数のパラメータ  $a_i, b_i$  の産業分類  $i$  の添え字を省略する。

### 1.3.1 $X_{is}$ を代入し $L_{is}$ の予測値を得るための制約付き推定

ラグランジュ未定乗数を  $\lambda$  としてラグランジュ関数  $\varphi_1$  を

$$\varphi_1 \equiv \sum_s^S w_{is} \{\log(L_{is}) - \log(a) - b \log(X_{is})\}^2 - \lambda \left\{ \bar{L}_i - \sum_j^J a X_{ij}^b \right\} \quad (6)$$

と定義したとき、 $\varphi_0$  の制約付き最小化の必要条件はつぎの通り<sup>4</sup>。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} &= -\frac{2}{a} \sum_s^S w_{is} \{\log(L_{is}) - \log(a) - b \log(X_{is})\} \\ &\quad - \lambda \left( \sum_j^J X_{ij}^b \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial b} &= -2 \sum_s^S w_{is} \log(X_{is}) \{\log(L_{is}) - \log(a) - b \log(X_{is})\} \\ &\quad - \lambda \left( a \sum_j^J \log(X_{ij}) X_{ij}^b \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \lambda} = \bar{L}_i - a \sum_j^J X_{ij}^b = 0 \quad (9)$$

<sup>3</sup>統計名：「平成 28 年経済センサス-活動調査 企業等に関する集計 産業横断的集計」、表番号：8-1、表題：「企業産業（中分類）、売上（収入）金額階級（8区分）別企業等数、事業所数、従業者数、売上（収入）金額、費用総額、主な費用項目、付加価値額及び設備投資額—全国」による。

<sup>4</sup> $S \neq J$  でも良い。

最適解を求めるための数値的計算手続き  $b$  の値を与件としたとき、(9) より

$$a = \frac{\bar{L}_i}{\sum_j^J X_{ij}^b} \quad (10)$$

であるから、 $b = 1$  を初期値として  $b$  を  $-2 \sim 2$  の範囲で変化させ、 $b$  の値と (10) により得る  $a$  の値を (7) 及び (8) に代入し、(7) 及び (8) を  $\lambda$  について解き、両者の  $\lambda$  が一致する  $b$  の値を見つければよい。

まず (7) を  $\lambda$  について解いた解を  $\lambda_a$  とすると

$$\lambda_a = \frac{-\frac{2}{a} \sum_s^S w_{is} \{\log(L_{is}) - \log(a) - b \log(X_{is})\}}{\sum_j^J X_{ij}^b} \quad (11)$$

さらに (8) を  $\lambda$  について解いた解を  $\lambda_b$  とすると

$$\lambda_b = \frac{-2 \sum_s^S w_{is} \log(X_{is}) \{\log(L_{is}) - \log(a) - b \log(X_{is})\}}{a \sum_j^J \log(X_{ij}) X_{ij}^b} \quad (12)$$

を得る。 $\lambda_a = \lambda_b$  となる  $b$  の値を見つければよい。

## 2 尾崎型生産関数 (2) 式の不均一分散モデル

尾崎型生産関数 (2) 式右辺の  $\varepsilon_{ij}$  については (13) 式に示すとおり不均一分散の対数正規分布に従うと仮定している。

$$\log(\varepsilon_{ij}) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{ij}^2), \quad (13)$$

ただし、 $\sigma_{ij}^2$  は産業分類  $i$  に属する企業  $j$  についての確率的攪乱項の自然対数  $\log(\varepsilon_{ij})$  の分散である。ここでは  $\sigma_{ij}^2$  が産業分類  $i$  に属する企業  $j$  の売上 (収入)  $X_{ij}$  の関数としてつぎの (14) 式に示す不均一分散モデルを仮定した。

$$\sigma_{ij}^2 \equiv \text{Var}[\log(\varepsilon_{ij})] = \sigma_i^2 \exp[g(X_{ij})], \quad (14)$$

ただし  $\sigma_i^2$  は産業分類  $i$  に固有の定数であり、 $g(X_{ij})$  は  $X_{ij}$  の関数であるとする。 $g(X_{ij})$  については後述する。

ここでは  $g(X_{ij})$  関数をつぎの通りに特定化している。

1. まず関数  $f(X_{ij})$  を

$$f(X_{ij}) = \delta_0 + \delta_1 \left\{ 1 - \frac{\log(X_{ij})}{\max[\log(X_{i.})]} \right\}, \quad (15)$$

と特定化する。ただし  $\max[\log(X_{i.})]$  は  $\log(X_{ij})$  for  $j = 1, \dots, J_i$  の産業分類  $i$  における最大値であり、 $\delta_0$  および  $\delta_1$  は全産業分類に共通の定数であるとする。

ある特定の産業分類  $i$  において、 $X_{ij}$  の値がその最低値である 1、またはその最大値である  $\max[X_{i.}]$  に漸近するに従い、 $f(X_{ij})$  は (15) 式に示される値に漸近することが分かる。

$$f(X_{ij}) \rightarrow \begin{cases} \delta_0 + \delta_1 & (\text{ただし } X_{ij} \rightarrow 1 \text{ のとき}), \\ \delta_0 & (\text{ただし } X_{ij} \rightarrow \max[X_{i.}] \text{ のとき}) \end{cases} \quad (16)$$

従って、 $\delta_1$  が正値、すなわち  $\delta_1 > 0$  であるならば、 $1 < X_{ij} < \max[X_{i.}]$  の範囲にある全ての  $X_{ij}$  について、 $f(X_{ij})$  が  $\delta_0 < f(X_{ij}) < \delta_0 + \delta_1$  の範囲にあることを関係式 (16) は示している。<sup>5</sup>

2. つぎに関数  $g(X_{ij})$  をつぎのように特定化した。

$$g(X_{ij}) = \zeta_0 + (\zeta_1 - \zeta_0) \cdot f(X_{ij}), \quad (17)$$

<sup>5</sup>第一次接近として、 $\delta_0$  および  $\delta_1$  は、 $\delta_0 = -3$ ,  $\delta_1 = 6$  とした。

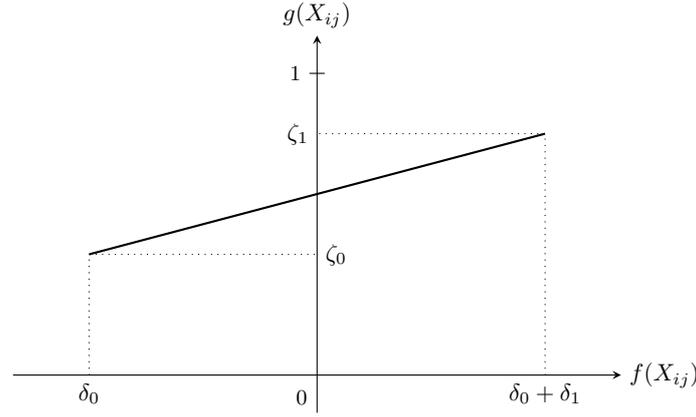


図 1: 関数  $g(X_{ij})$  と  $f(X_{ij})$  の間の関係

ただし  $\zeta_0$  および  $\zeta_1$  は全産業分類に共通の定数で、 $0 < \zeta_0 < \zeta_1 < 1$  である。<sup>6</sup>関係式 (15) および (17) より、ある特定の産業分類  $i$  において、 $X_{ij}$  の値がその最低値である 1、またはその最大値である  $\max[X_{i.}]$  に漸近するに従い、関数  $g(X_{ij})$  は (17) 式に示される値に漸近することが分かる。

$$g(X_{ij}) \rightarrow \begin{cases} \zeta_1 & (\text{ただし } X_{ij} \rightarrow 1 \text{ のとき}), \\ \zeta_0 & (\text{ただし } X_{ij} \rightarrow \max[X_{i.}] \text{ のとき}) \end{cases} \quad (18)$$

関係式 (18) は、特定の産業分類  $i$  における売上（収入） $X_{ij}$  が  $1 < X_{ij} < \max[X_{i.}]$  の範囲の任意の値をとるとき、 $\sigma_{ij}^2$  の値が

$$\sigma_i^2 \exp(\zeta_0) < \sigma_{ij}^2 < \sigma_i^2 \exp(\zeta_1)$$

の範囲にあることを示している。図 1 は縦軸に関数  $g(X_{ij})$  の値、横軸に関数  $f(X_{ij})$  の値をとり、これらの関数の関係を示している。

ここで関数  $f(X_{ij})$  および  $g(X_{ij})$  を導入した理由はつぎの通りである。まず、関数  $f(X_{ij})$  を導入したのは、一般的な観察として比較的少ない売上（収入）の企業における従業者数の対数値の変動が<sup>5</sup>、売上（収入）の大きい企業におけるそれに比べて大きい傾向があり、従業者数の対数値  $\log(L_{ij})$  の変動がこの観測される傾向と整合的となるようにする目的のためである。つぎに、関係式 (17) に示されるように  $g(X_{ij})$  を  $f(X_{ij})$  の関数として導入したのは、特定の産業分類  $i$  の売上（収入） $X_{ij}$  が最大の企業における従業者数の生成値の対数  $\log(L_{ij})$  の分散  $\sigma_i^2 \exp(\zeta_0)$  に上限を設けるためである。

## 2.1 定数 $\sigma_i^2$ の設定

不均一分散のモデル (14) 式における産業分類  $i$  の定数  $\sigma_i^2$  を次式の通りに与えた。

$$\sigma_i^2 = \eta_i \cdot \widehat{\sigma}_i^2, \quad (19)$$

ただし  $\eta_i$  は従業者数の生成値  $L_{ij}$  を得るための調整係数、 $\widehat{\sigma}_i^2$  は尾崎型生産関数の両辺の対数をとったつぎの eq:wls 式を重み付き最小二乗法により推定した、確率的攪乱項  $u_{ij}$  の分散の推定量である。

$$\log(L_{ij}^{\text{obs.}}) = \log(a) + b \log(X_{ij}^{\text{obs.}}) + u_{ij}, \quad j = 1, \dots, J_i^{\text{obs.}} \quad (20)$$

ただし  $J_i^{\text{obs.}}$  は特定の産業分類  $i$  について観察される企業数であり、重み付き最小二乗法の重みは  $J_i^{\text{obs.}}$  を用い、 $L_{ij}^{\text{obs.}}$ 、 $X_{ij}^{\text{obs.}}$  は各々産業分類  $i$  に属する企業  $j$  の従業者数および売上（収入）観測値である。 $\widehat{\sigma}_i^2$  の推定に用いたデータは、「平成 28 年経済センサス-活動調査 企業等に関する集計 産業横断的集計」、表番号：8-1 である。

今回作成した擬似マイクロデータの標本 1 から 100 までの 100 個のデータセットの標本番号を  $k$  としたとき、標本  $k$  において生成された産業分類  $i$  に属する企業  $j$  の売上（収入）および従業者数を各々  $X_{ijk}$ 、 $L_{ijk}$  とする。この

<sup>6</sup>第一次接近として、 $\zeta_0$  および  $\zeta_1$  は、 $\zeta_0 = 0.4$ 、 $\zeta_1 = 0.8$  とした。

とき  $X_{ijk}$  の生成値は標本ごとに異なるので、1.3 節で議論された方法によって得られる  $a$  および  $b$  の値は標本ごとに異なる。この方法により得た  $a_{ik}, b_{ik}$  の値を、他の値から区別するために各々  $\widetilde{a}_{ik}, \widetilde{b}_{ik}$  と表示する。表 2 には、個々の産業分類  $i$  について、擬似マイクロデータ 100 セット（標本 1 から 100,  $k = 1, \dots, 100$ ）における  $\widetilde{a}_{ik}, \widetilde{b}_{ik}$  の標本横断的な平均値および (19) 式における  $\sigma_i$  の値を示す。

表 2:  $\widetilde{a}_{ik}$  および  $\widetilde{b}_{ik}$  の標本 1 から 100 の平均値,  $\log(\varepsilon_{ijk}) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$  の標準偏差  $\sigma_i$

1.5 桁産業分類	$\widetilde{a}_{ik}$ 平均値	$\widetilde{b}_{ik}$ 平均値	$\sigma_i$
AB 農業, 林業, 漁業	2.9947	0.3620	0.3980
C 鉱業, 採石業, 砂利採取業	0.8605	0.4972	0.2403
D 建設業	0.6408	0.5752	0.2624
E 製造業	0.7292	0.6177	0.2288
F 電気・ガス・熱供給・水道業	0.5766	0.6366	0.3262
G1 情報通信業（通信業, 放送業, 映像・音声・文字情報制作業）	2.3259	0.1000	0.2326
G2 情報通信業（情報サービス業, インターネット附随サービス業）	2.6330	0.1000	0.2633
H 運輸業, 郵便業	0.5205	0.7548	0.4266
I1 卸売業	0.4320	0.6047	0.2142
I2 小売業	0.5777	0.6990	0.1638
J 金融業, 保険業	0.6337	0.6451	0.2045
K1 不動産業	0.8252	0.5211	0.2010
K2 物品賃貸業	0.6991	0.6107	0.3204
L 学術研究, 専門・技術サービス業	0.5441	0.6831	0.1416
M1 宿泊業	0.8575	0.7129	0.2413
M2 飲食店, 持ち帰り・配達飲食サービス業	0.6075	0.8430	0.1175
N 生活関連サービス業, 娯楽業	0.8777	0.6264	0.1216
O1 教育, 学習支援業（学校教育）	0.8864	0.7158	0.2919
O2 教育, 学習支援業（その他の教育, 学習支援業）	1.3237	0.1012	0.1339
P 医療, 福祉	0.6449	0.7596	0.2419
R2 サービス業（政治・経済・文化団体, 宗教を除く）	2.3676	0.0800	0.1894

### 3 従業者数の集計値 $\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}$ が公表値 $\overline{L}_i$ の二倍を超えた場合の対応

$L = aX^b\varepsilon$  において、 $\varepsilon = 1$  のときに、従業者数のシミュレーション値  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の合計  $\sum L_{ij}^{\text{sim.}}$  に一致するように尾崎型生産関数の係数  $a$  および  $b$  を求め、これらの値に基づいて  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の計算を行っている。しかし、生成された  $\varepsilon$  の分布によっては  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の合計値  $\sum L_{ij}^{\text{sim.}}$  が公表値  $\overline{L}_i$  から大きく乖離する場合もある。そこで、 $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の合計値  $\sum L_{ij}^{\text{sim.}}$  を分子、公表値  $\overline{L}_i$  を分母とした比率が 2 を超えた場合には、確率的に変動する係数（デフレータ）で当初に計算した  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  を割ることにより調整を行った。調整後の  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  については、

$$\rho_{\min} < \frac{\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}}{\overline{L}_i} < \rho_{\max}$$

となるように確率的変動を許すデフレータ  $D_i$  の値を計算した。デフレータ  $D_i$  の計算はつぎの方法による。

まずデフレータ  $D_i$  の計算は次の式に従った。

$$D_i \equiv \frac{\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}}{\overline{L}_i} \times (\alpha + \beta Z) \quad (21)$$

ただし、 $\alpha, \beta$  は定数、 $Z$  は  $[0, 1]$  を台とする一様分布に従う確率変数である。なお、 $\alpha, \beta$  および  $Z$  は産業分類  $i$  ごとに異なる値をとるが、記述を簡明にするためこれらの以下ではこれら変数の添え字  $i$  は省略する。

いま、 $L_{ij}^{\text{sim.}}$  を  $D_i$  で除した値を  $\widetilde{L}_{ij}^{\text{sim.}}$  と定義すると (21) 式より次式を得る。

$$\begin{aligned}\sum_j \widetilde{L}_{ij}^{\text{sim.}} &\equiv \frac{\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}}{D_i} \\ &= \frac{\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}}{\frac{\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i} \times (\alpha + \beta Z)} \\ &= \bar{L}_i \cdot \frac{1}{\alpha + \beta Z}\end{aligned}\quad (22)$$

いま、 $\frac{\sum_j \widetilde{L}_{ij}^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$  は (22) 式より

$$\frac{\sum_j \widetilde{L}_{ij}^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i} = \frac{1}{\alpha + \beta Z}\quad (23)$$

となるから、(23) 式の比率の下限および上限を各々  $\rho_{min}$ ,  $\rho_{max}$  とすると

$$\begin{aligned}\rho_{min} &< \frac{\sum_j \widetilde{L}_{ij}^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i} < \rho_{max} \\ \rho_{min} &< \frac{1}{\alpha + \beta Z} < \rho_{max}\end{aligned}\quad (24)$$

となる。いま (23) 式または (24) 式の比率を

$$\rho \equiv \frac{1}{\alpha + \beta Z}$$

と定義する。このとき  $Z = 1$  のとき  $\rho = \rho_{min}$ ,  $Z = 0$  のとき  $\rho = \rho_{max}$  となるとすると

$$\rho_{min} = \frac{1}{\alpha + \beta}\quad (25)$$

$$\rho_{max} = \frac{1}{\alpha}\quad (26)$$

であるから (25), (26) 両式を  $\alpha, \beta$  について解けば

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1}{\rho_{max}} \\ \beta &= \frac{1}{\rho_{min}} - \alpha\end{aligned}$$

を得る。

今回の  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  を生成する計算では、 $\frac{\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i} > 2$  となった場合に、 $\rho_{min} = 0.9$ ,  $\rho_{max} = 1.9$  として (21) 式により得たデフレーター  $D_i$  により調整後の  $\widetilde{L}_{ij}^{\text{sim.}}$  を得ている。

以下に続く付録では生成した  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の概略を産業分類  $i$  ごとに示すことにする。

## A 付録: 生成した $L_{ij}^{\text{sim.}}$ の概要

この付録では 100 個の標本のうち、10 の標本を層化抽出により無作為に選び、その標本における  $L^{\text{sim.}}$  の概要を示す。なお、この付録における図表の説明文および表中の産業の分類は 1.5 桁産業分類に基づく。

### A.1 $L_{ij}^{\text{sim.}}$ の合計 $\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}$ とその産業分類および標本ごとの従業者数合計の公表値 $\bar{L}_i$ に対する比率

表 3~23 には産業分類  $i$  ごとに、層化抽出により無作為に選んだ標本について  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の合計値である  $\sum_j L_{ij}^{\text{sim.}}$ 、およびこの合計値を分子、公表された産業分類  $i$  の従業者数合計  $\bar{L}_i$  を分母とする比率を示す。

表 3: 産業「AB 農業, 林業, 漁業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	AB	467917	1.292
0014	AB	462048	1.276
0024	AB	462408	1.277
0038	AB	475503	1.313
0044	AB	475706	1.313
0051	AB	465325	1.285
0061	AB	462171	1.276
0072	AB	476753	1.316
0087	AB	468706	1.294
0093	AB	463113	1.279

表 4: 産業「C 鉱業, 採石業, 砂利採取業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	C	21539	1.106
0014	C	20745	1.066
0024	C	21565	1.108
0038	C	21273	1.093
0044	C	21485	1.104
0051	C	21575	1.108
0061	C	21591	1.109
0072	C	21228	1.090
0087	C	21840	1.122
0093	C	21632	1.111

表 5: 産業「D 建設業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	D	4223746	1.144
0014	D	4244738	1.150
0024	D	4225005	1.145
0038	D	4212368	1.141
0044	D	4235748	1.148
0051	D	4231943	1.147
0061	D	4203741	1.139
0072	D	4287307	1.162
0087	D	4207053	1.140
0093	D	4225773	1.145

表 6: 産業「E 製造業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	E	9748912	1.100
0014	E	9753783	1.100
0024	E	9701079	1.094
0038	E	9720586	1.097
0044	E	9765990	1.102
0051	E	9730115	1.098
0061	E	9768185	1.102
0072	E	9727909	1.097
0087	E	9730058	1.098
0093	E	9794726	1.105

表 7: 産業「F 電気・ガス・熱供給・水道業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	F	203578	1.084
0014	F	209646	1.116
0024	F	205532	1.094
0038	F	208078	1.108
0044	F	197114	1.049
0051	F	212917	1.134
0061	F	205753	1.095
0072	F	210089	1.119
0087	F	218021	1.161
0093	F	201484	1.073

表 8: 産業「G1 情報通信業（通信業，放送業，映像・音声・文字情報制作業）」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	G1	499252	1.094
0014	G1	508333	1.114
0024	G1	497101	1.089
0038	G1	503849	1.104
0044	G1	508549	1.115
0051	G1	497746	1.091
0061	G1	478435	1.049
0072	G1	498689	1.093
0087	G1	504122	1.105
0093	G1	501413	1.099

表 9: 産業「G2 情報通信業（情報サービス業，インターネット附随サービス業）」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	G2	1314106	1.108
0014	G2	1310755	1.105
0024	G2	1289509	1.087
0038	G2	1350695	1.139
0044	G2	1299188	1.096
0051	G2	1301861	1.098
0061	G2	1326527	1.119
0072	G2	1296349	1.093
0087	G2	1319170	1.113
0093	G2	1293556	1.091

表 10: 産業「H 運輸業, 郵便業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	H	3917473	1.225
0014	H	3886479	1.216
0024	H	3908634	1.223
0038	H	3830814	1.198
0044	H	3857379	1.206
0051	H	3876094	1.212
0061	H	3901240	1.220
0072	H	3887848	1.216
0087	H	3884519	1.215
0093	H	3854243	1.205

表 11: 産業「I1 卸売業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	I1	4369911	1.091
0014	I1	4325818	1.080
0024	I1	4340555	1.084
0038	I1	4364110	1.090
0044	I1	4363414	1.090
0051	I1	4360325	1.089
0061	I1	4350326	1.087
0072	I1	4368543	1.091
0087	I1	4382713	1.095
0093	I1	4339722	1.084

表 12: 産業「I2 小売業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	I2	8395820	1.071
0014	I2	8372498	1.068
0024	I2	8390798	1.070
0038	I2	8412619	1.073
0044	I2	8373672	1.068
0051	I2	8395892	1.071
0061	I2	8376189	1.068
0072	I2	8380866	1.069
0087	I2	8391745	1.070
0093	I2	8384096	1.069

表 13: 産業「J 金融業, 保険業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{L_i}$
0009	J	1582268	1.034
0014	J	1656282	1.083
0024	J	1604839	1.049
0038	J	1641007	1.073
0044	J	1615915	1.056
0051	J	1650631	1.079
0061	J	1584831	1.036
0072	J	1629510	1.065
0087	J	1637190	1.070
0093	J	1608198	1.051

表 14: 産業「K1 不動産業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	K1	1317933	1.119
0014	K1	1318400	1.119
0024	K1	1319388	1.120
0038	K1	1318117	1.119
0044	K1	1328528	1.128
0051	K1	1318006	1.119
0061	K1	1323203	1.123
0072	K1	1319746	1.120
0087	K1	1325823	1.125
0093	K1	1321790	1.122

表 15: 産業「K2 物品賃貸業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	K2	327292	1.151
0014	K2	333453	1.173
0024	K2	325845	1.146
0038	K2	332348	1.169
0044	K2	324865	1.143
0051	K2	327115	1.151
0061	K2	317997	1.119
0072	K2	341180	1.200
0087	K2	332088	1.168
0093	K2	323878	1.139

表 16: 産業「L 学術研究, 専門・技術サービス業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	L	1944129	1.055
0014	L	1949123	1.058
0024	L	1946691	1.056
0038	L	1953665	1.060
0044	L	1936661	1.051
0051	L	1947100	1.057
0061	L	1948306	1.057
0072	L	1946094	1.056
0087	L	1944691	1.055
0093	L	1954144	1.060

表 17: 産業「M1 宿泊業」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	M1	746445	1.100
0014	M1	751759	1.107
0024	M1	748993	1.103
0038	M1	755356	1.113
0044	M1	754962	1.112
0051	M1	753968	1.111
0061	M1	755291	1.113
0072	M1	757160	1.115
0087	M1	752870	1.109
0093	M1	758264	1.117

表 18: 産業「M2 飲食店, 持ち帰り・配達飲食サービス業」の企業における従業員数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{sim.}$	$\frac{\sum L_i^{sim.}}{\bar{L}_i}$
0009	M2	4896848	1.046
0014	M2	4897973	1.046
0024	M2	4851672	1.036
0038	M2	4881018	1.042
0044	M2	4875376	1.041
0051	M2	4890787	1.044
0061	M2	4875013	1.041
0072	M2	4830480	1.031
0087	M2	4843716	1.034
0093	M2	4895480	1.045

表 19: 産業「N 生活関連サービス業, 娯楽業」の企業における従業員数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{sim.}$	$\frac{\sum L_i^{sim.}}{\bar{L}_i}$
0009	N	2526988	1.044
0014	N	2530795	1.046
0024	N	2540948	1.050
0038	N	2540604	1.050
0044	N	2527890	1.044
0051	N	2519901	1.041
0061	N	2548506	1.053
0072	N	2543473	1.051
0087	N	2537045	1.048
0093	N	2539749	1.049

表 20: 産業「O1 教育, 学習支援業 (学校教育)」の企業における従業員数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{sim.}$	$\frac{\sum L_i^{sim.}}{\bar{L}_i}$
0009	O1	1199908	1.178
0014	O1	1185903	1.164
0024	O1	1101869	1.082
0038	O1	1136687	1.116
0044	O1	1152357	1.131
0051	O1	1170369	1.149
0061	O1	1129283	1.109
0072	O1	1165848	1.145
0087	O1	1151234	1.130
0093	O1	1122456	1.102

表 21: 産業「O2 教育, 学習支援業 (その他の教育, 学習支援業)」の企業における従業員数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{sim.}$	$\frac{\sum L_i^{sim.}}{\bar{L}_i}$
0009	O2	850877	1.052
0014	O2	851309	1.052
0024	O2	851171	1.052
0038	O2	853066	1.054
0044	O2	850947	1.052
0051	O2	848657	1.049
0061	O2	848699	1.049
0072	O2	851483	1.053
0087	O2	853862	1.055
0093	O2	850483	1.051

表 22: 産業「P 医療, 福祉」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	P	8187382	1.110
0014	P	8239258	1.117
0024	P	8223365	1.115
0038	P	8191595	1.111
0044	P	8205183	1.113
0051	P	8219329	1.115
0061	P	8220685	1.115
0072	P	8254189	1.119
0087	P	8272614	1.122
0093	P	8372066	1.135

表 23: 産業「R2 サービス業（政治・経済・文化団体, 宗教を除く）」の企業における従業者数シミュレーション値の合計

標本番号	産業分類記号	$\sum L_i^{\text{sim.}}$	$\frac{\sum L_i^{\text{sim.}}}{\bar{L}_i}$
0009	R2	4535542	1.070
0014	R2	4520313	1.067
0024	R2	4536933	1.071
0038	R2	4540461	1.072
0044	R2	4543123	1.072
0051	R2	4526403	1.068
0061	R2	4498136	1.062
0072	R2	4509119	1.064
0087	R2	4439200	1.048
0093	R2	4607248	1.087

## A.2 $L_{ij}^{\text{sim.}}$ の産業分類および標本ごとの分布の記述統計

つぎに、生成した  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の産業分類ごとの分布について、その最小値、第一四分位、中位数、平均値、第三四分位および最大値を表 24~44 に示す。

表 24: 従業者数シミュレーション値  $L_{ij}^{\text{sim.}}$  の記述統計: 産業「AB 農業, 林業, 漁業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	AB	1	8	15	18.80	25	255
0014	AB	1	8	15	18.57	24	288
0024	AB	1	8	15	18.58	24	285
0038	AB	1	8	15	19.11	25	399
0044	AB	1	8	15	19.12	25	383
0051	AB	1	8	15	18.70	25	632
0061	AB	1	8	15	18.57	24	208
0072	AB	1	8	15	19.16	25	566
0087	AB	1	8	15	18.84	25	212
0093	AB	1	8	15	18.61	24	230

表 25: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「C 鉱業, 採石業, 砂利採取業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	C	1	5	9	16.65	18	1329
0014	C	1	5	9	16.03	18	257
0024	C	1	5	10	16.67	18	824
0038	C	1	5	10	16.44	18	832
0044	C	1	5	10	16.60	17	694
0051	C	1	5	9	16.67	16	772
0061	C	1	5	10	16.69	18	669
0072	C	1	5	10	16.40	17	808
0087	C	1	5	10	16.88	17	1115
0093	C	1	5	9	16.72	17	709

表 26: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「D 建設業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	D	1	3	6	10.31	11	2509
0014	D	1	3	6	10.36	12	4055
0024	D	1	3	6	10.32	12	1795
0038	D	1	3	6	10.29	11	1633
0044	D	1	3	6	10.34	11	3263
0051	D	1	3	6	10.33	11	3065
0061	D	1	3	6	10.26	11	1413
0072	D	1	3	6	10.47	12	11044
0087	D	1	3	6	10.27	11	1957
0093	D	1	3	6	10.32	11	2566

表 27: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「E 製造業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	E	1	3	7	26.63	18	31802
0014	E	1	3	7	26.64	18	31244
0024	E	1	3	7	26.50	18	22991
0038	E	1	3	7	26.55	18	36356
0044	E	1	3	7	26.68	18	31862
0051	E	1	3	7	26.58	18	31199
0061	E	1	3	7	26.68	18	37001
0072	E	1	3	7	26.57	18	31713
0087	E	1	3	7	26.58	18	23439
0093	E	1	3	7	26.76	18	44588

表 28: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「F 電気・ガス・熱供給・水道業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	F	1	7	21	200.97	95	15823
0014	F	1	7	25	206.96	91	11597
0024	F	1	8	27	202.89	99	25799
0038	F	1	7	25	205.41	87	25225
0044	F	1	6	25	194.58	97	26750
0051	F	1	7	24	210.18	96	20007
0061	F	1	8	23	203.11	88	10525
0072	F	1	8	29	207.39	91	16115
0087	F	1	7	22	215.22	79	31726
0093	F	1	7	26	198.90	105	13058

表 29: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「G1 情報通信業 (通信業, 放送業, 映像・音声・文字情報制作業)」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	G1	1	3	7	38.38	19	23985
0014	G1	1	3	7	39.08	18	38867
0024	G1	1	3	7	38.22	18	39883
0038	G1	1	3	7	38.73	20	28693
0044	G1	1	3	7	39.10	20	35871
0051	G1	1	3	7	38.26	19	29342
0061	G1	1	3	7	36.78	20	11304
0072	G1	1	3	7	38.34	19	20521
0087	G1	1	3	7	38.75	19	13052
0093	G1	1	3	7	38.55	20	25481

表 30: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「G2 情報通信業 (情報サービス業, インターネット附随サービス業)」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	G2	1	3	10	52.13	30	20808
0014	G2	1	4	10	51.99	29	104425
0024	G2	1	4	10	51.15	29	26688
0038	G2	1	4	10	53.58	30	48175
0044	G2	1	3	10	51.53	31	23715
0051	G2	1	4	10	51.64	30	16955
0061	G2	1	3	10	52.62	29	56731
0072	G2	1	4	10	51.42	29	28666
0087	G2	1	4	10	52.33	31	34865
0093	G2	1	3	10	51.31	30	21953

表 31: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「H 運輸業, 郵便業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	H	1	5	15	60.58	50	12724
0014	H	1	5	15	60.10	50	9316
0024	H	1	5	15	60.45	50	4586
0038	H	1	5	15	59.24	49	5393
0044	H	1	5	15	59.65	50	5224
0051	H	1	5	15	59.94	50	6258
0061	H	1	5	15	60.33	50	11412
0072	H	1	5	15	60.13	49	10114
0087	H	1	5	16	60.07	51	6295
0093	H	1	5	16	59.61	50	7966

表 32: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「I1 卸売業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	I1	1	3	7	21.82	17	18256
0014	I1	1	3	7	21.60	17	6900
0024	I1	1	3	7	21.67	17	11224
0038	I1	1	3	7	21.79	17	21608
0044	I1	1	3	7	21.79	17	12118
0051	I1	1	3	7	21.77	17	12198
0061	I1	1	3	7	21.72	17	11996
0072	I1	1	3	7	21.81	17	28252
0087	I1	1	3	7	21.88	17	17855
0093	I1	1	3	7	21.67	17	12322

表 33: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim.}}$  の記述統計: 産業「I2 小売業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	I2	1	2	4	14.12	11	59072
0014	I2	1	2	4	14.08	11	58502
0024	I2	1	2	4	14.11	11	30454
0038	I2	1	2	4	14.15	11	50180
0044	I2	1	2	4	14.08	11	20611
0051	I2	1	2	4	14.12	11	54584
0061	I2	1	2	4	14.09	11	22594
0072	I2	1	2	4	14.10	11	46626
0087	I2	1	2	4	14.11	11	34982
0093	I2	1	2	4	14.10	11	36629

表 34: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim.}}$  の記述統計: 産業「J 金融業, 保険業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	J	1	2	4	57.85	12	61941
0014	J	1	2	4	60.55	11	67334
0024	J	1	2	4	58.67	11	43083
0038	J	1	2	4	59.99	11	76640
0044	J	1	2	4	59.08	11	58290
0051	J	1	2	4	60.35	12	69719
0061	J	1	2	4	57.94	12	48416
0072	J	1	2	4	59.57	12	58783
0087	J	1	2	4	59.85	11	44838
0093	J	1	2	4	58.79	11	41657

表 35: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim.}}$  の記述統計: 産業「K1 不動産業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	K1	1	2	3	4.93	5	2250
0014	K1	1	2	3	4.93	5	1846
0024	K1	1	2	3	4.94	5	2743
0038	K1	1	2	3	4.93	5	1814
0044	K1	1	2	3	4.97	5	5672
0051	K1	1	2	3	4.93	5	1659
0061	K1	1	2	3	4.95	5	5059
0072	K1	1	2	3	4.94	5	2480
0087	K1	1	2	3	4.96	5	5579
0093	K1	1	2	3	4.95	5	3379

表 36: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim.}}$  の記述統計: 産業「K2 物品賃貸業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	K2	1	3	7	28.53	20	6862
0014	K2	1	3	7	29.07	20	10059
0024	K2	1	3	7	28.40	19	6320
0038	K2	1	3	7	28.97	20	19597
0044	K2	1	3	7	28.32	20	8654
0051	K2	1	3	7	28.51	20	7953
0061	K2	1	3	7	27.72	19	8128
0072	K2	1	3	7	29.74	19	23422
0087	K2	1	3	7	28.95	20	10308
0093	K2	1	3	7	28.23	19	5598

表 37: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「L 学術研究, 専門・技術サービス業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	L	1	2	4	11.18	8	60200
0014	L	1	2	4	11.21	8	44763
0024	L	1	2	4	11.19	8	34491
0038	L	1	2	4	11.23	8	32642
0044	L	1	2	4	11.13	8	70732
0051	L	1	2	4	11.19	8	83895
0061	L	1	2	4	11.20	8	28107
0072	L	1	2	4	11.19	8	53066
0087	L	1	2	4	11.18	8	36467
0093	L	1	2	4	11.23	8	45880

表 38: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「M1 宿泊業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	M1	1	3	7	22.79	17	5893
0014	M1	1	3	7	22.95	17	6332
0024	M1	1	3	7	22.86	18	5737
0038	M1	1	3	7	23.06	17	10221
0044	M1	1	3	7	23.05	17	19823
0051	M1	1	3	7	23.02	17	12488
0061	M1	1	3	7	23.06	17	17549
0072	M1	1	3	7	23.11	17	17343
0087	M1	1	3	7	22.98	17	7147
0093	M1	1	3	7	23.15	17	7600

表 39: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「M2 飲食店, 持ち帰り・配達飲食サービス業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	M2	1	2	4	11.84	7	79996
0014	M2	1	2	4	11.84	7	148894
0024	M2	1	2	4	11.73	7	162820
0038	M2	1	2	4	11.80	7	335710
0044	M2	1	2	4	11.78	7	180952
0051	M2	1	2	4	11.82	7	244892
0061	M2	1	2	4	11.78	7	89677
0072	M2	1	2	4	11.68	7	461598
0087	M2	1	2	4	11.71	7	337625
0093	M2	1	2	4	11.83	7	98599

表 40: 従業者数シミュレーション値  $L^{\text{sim}}$  の記述統計: 産業「N 生活関連サービス業, 娯楽業」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	N	1	1	2	7.40	4	15755
0014	N	1	1	2	7.41	4	55428
0024	N	1	1	2	7.44	4	56833
0038	N	1	1	2	7.44	4	46620
0044	N	1	1	2	7.40	4	35091
0051	N	1	1	2	7.38	4	61727
0061	N	1	1	2	7.46	4	55654
0072	N	1	1	2	7.45	4	43098
0087	N	1	1	2	7.43	4	27179
0093	N	1	1	2	7.44	4	37179

表 41: 従業者数シミュレーション値  $L^{sim.}$  の記述統計: 産業「O1 教育, 学習支援業 (学校教育)」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	O1	1	18	37	125.16	80	104533
0014	O1	1	17	37	123.70	78	168862
0024	O1	1	18	38	114.93	80	143112
0038	O1	1	17	36	118.57	78	127025
0044	O1	1	18	37	120.20	81	75808
0051	O1	1	18	37	122.08	75	165093
0061	O1	1	18	36	117.79	76	99514
0072	O1	1	18	37	121.61	78	131918
0087	O1	1	17	36	120.08	78	43204
0093	O1	1	18	38	117.08	84	46345

表 42: 従業者数シミュレーション値  $L^{sim.}$  の記述統計: 産業「O2 教育, 学習支援業 (その他の教育, 学習支援業)」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	O2	1	1	2	8.84	5	7175
0014	O2	1	1	2	8.84	5	5071
0024	O2	1	1	2	8.84	5	7340
0038	O2	1	1	2	8.86	5	27035
0044	O2	1	1	2	8.84	5	6970
0051	O2	1	1	2	8.82	5	8295
0061	O2	1	1	2	8.82	5	4827
0072	O2	1	1	2	8.85	5	4466
0087	O2	1	1	2	8.87	5	5119
0093	O2	1	1	2	8.84	5	3794

表 43: 従業者数シミュレーション値  $L^{sim.}$  の記述統計: 産業「P 医療, 福祉」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	P	1	4	10	29.64	24	39337
0014	P	1	4	10	29.83	24	130261
0024	P	1	4	10	29.77	25	57900
0038	P	1	4	10	29.65	25	48101
0044	P	1	4	10	29.70	24	195816
0051	P	1	4	10	29.75	24	39108
0061	P	1	4	10	29.76	24	62330
0072	P	1	4	10	29.88	25	57013
0087	P	1	4	10	29.95	24	76612
0093	P	1	4	10	30.31	24	360301

表 44: 従業者数シミュレーション値  $L^{sim.}$  の記述統計: 産業「R2 サービス業 (政治・経済・文化団体, 宗教を除く)」

標本番号	産業分類記号	最小値	第一四分位	中位数	平均値	第三四分位	最大値
0009	R2	1	3	8	36.05	22	95772
0014	R2	1	3	8	35.93	22	35010
0024	R2	1	3	8	36.06	22	44958
0038	R2	1	3	8	36.09	22	48182
0044	R2	1	3	8	36.11	22	84174
0051	R2	1	3	8	35.98	22	50936
0061	R2	1	3	8	35.75	22	48548
0072	R2	1	3	8	35.84	21	36777
0087	R2	1	3	8	35.28	21	106042
0093	R2	1	3	8	36.62	21	213544

### A.3 $\log(X_{ij}^{\text{sim}\cdot})$ を横軸、 $\log(L_{ij}^{\text{sim}\cdot})$ を縦軸とするプロット図

図 2~22 に、生成した従業者数  $L_{ij}^{\text{sim}\cdot}$  について、これの対数値を縦軸とし、同じく生成した売上高  $X_{ij}^{\text{sim}\cdot}$  についてこれの対数値を横軸としたプロット図を示す。

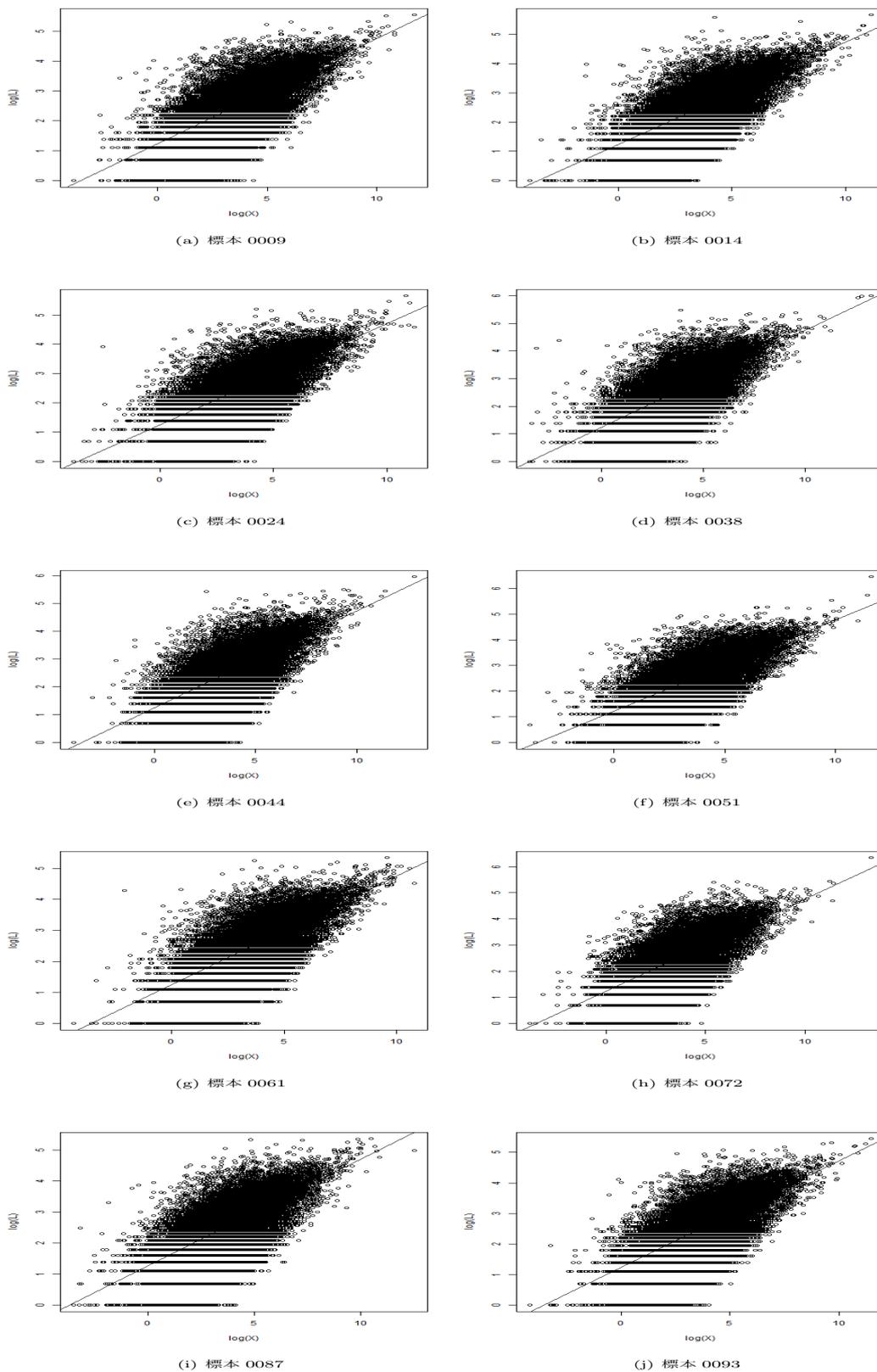
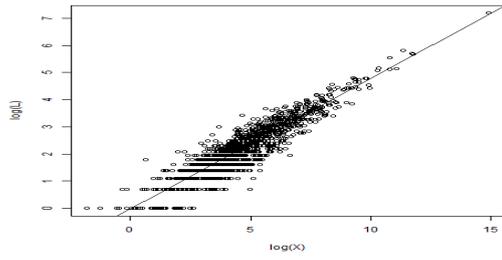
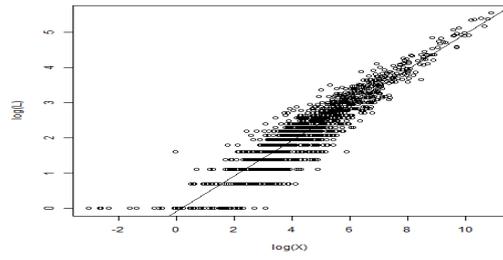


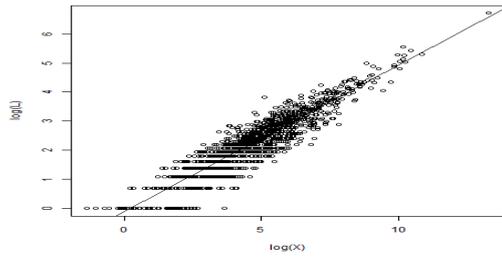
図 2: 産業「AB 農業, 林業, 漁業」



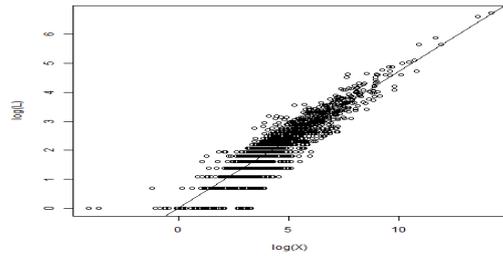
(a) 標本 0009



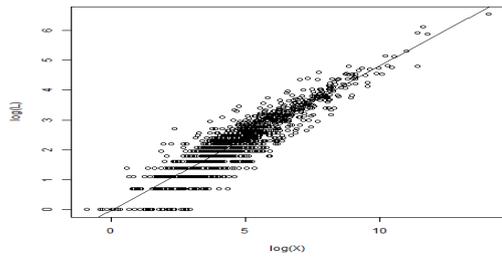
(b) 標本 0014



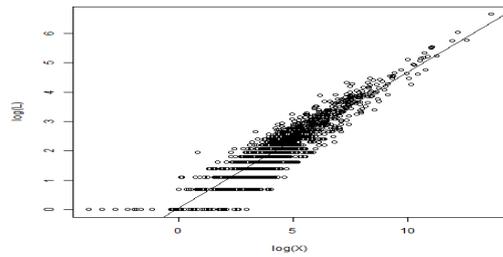
(c) 標本 0024



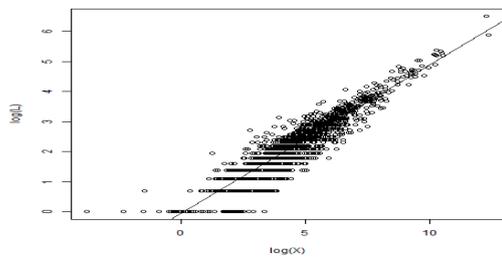
(d) 標本 0038



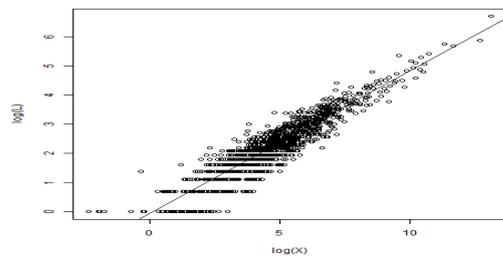
(e) 標本 0044



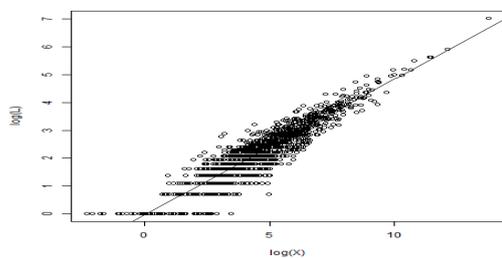
(f) 標本 0051



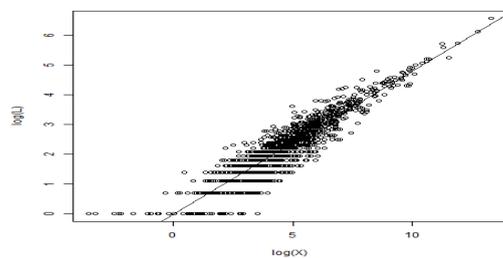
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 3: 産業「C 鉱業, 採石業, 砂利採取業」

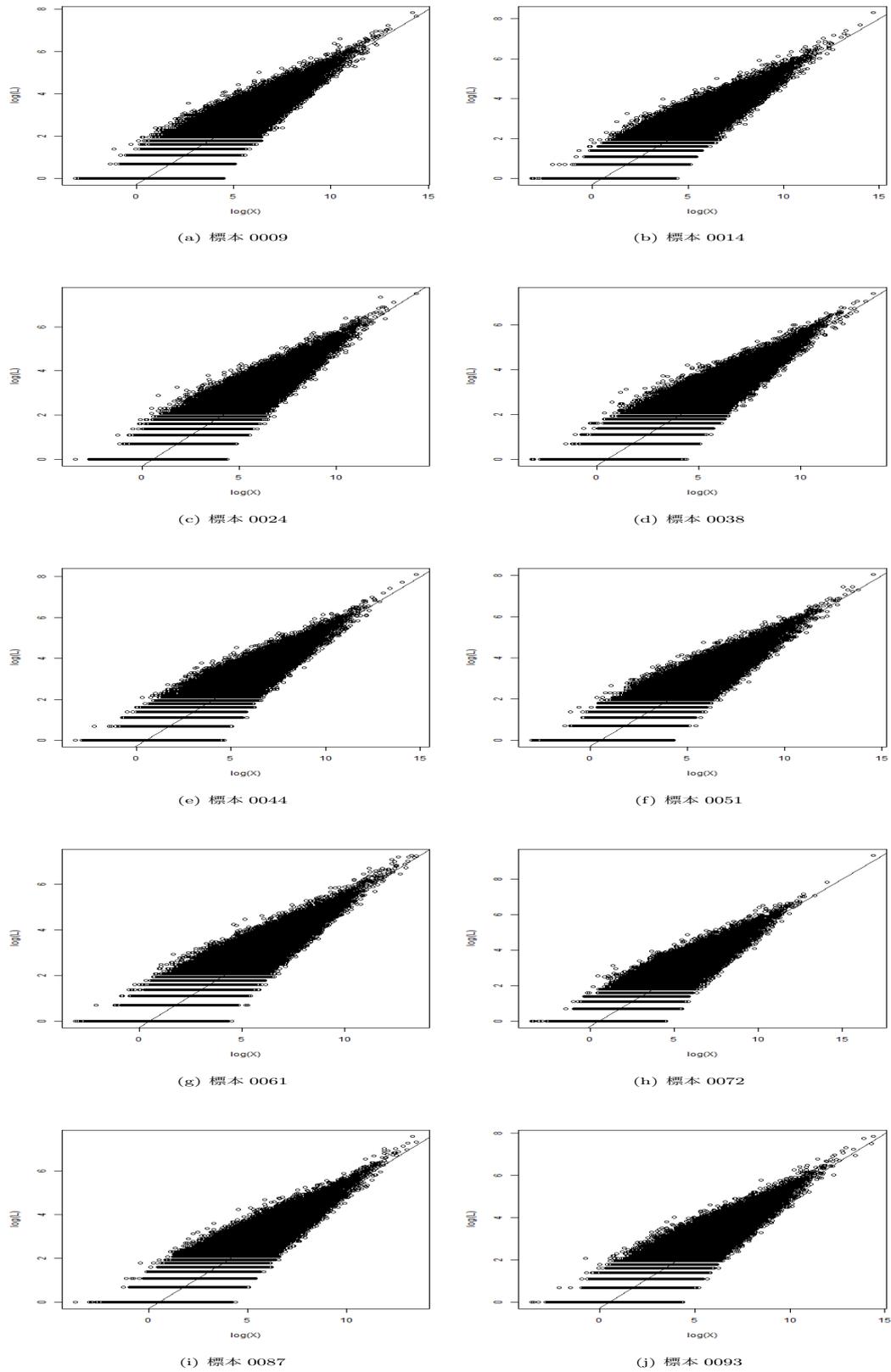


図 4: 産業「D建設業」

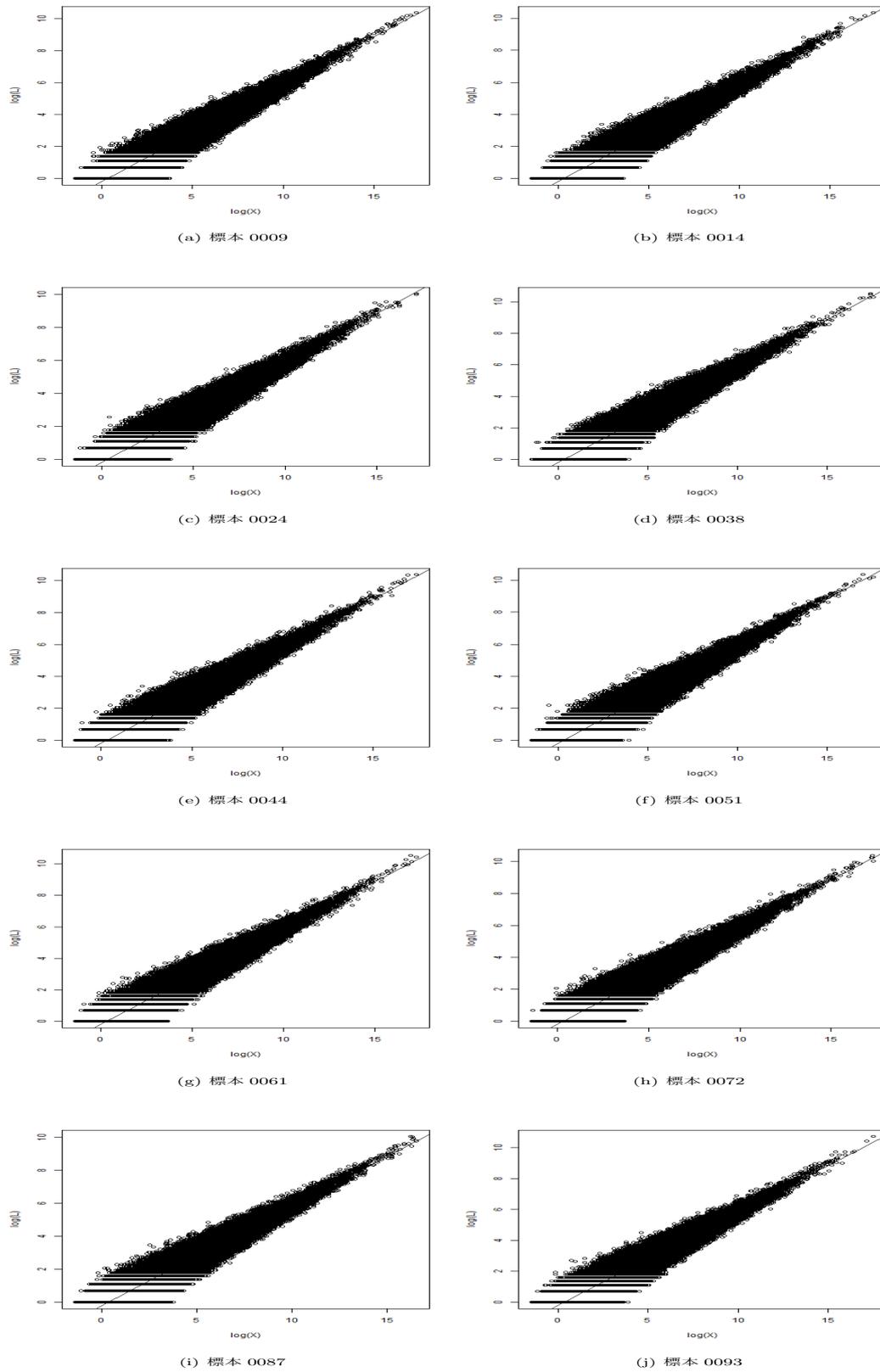
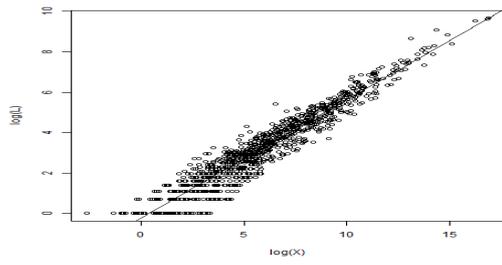
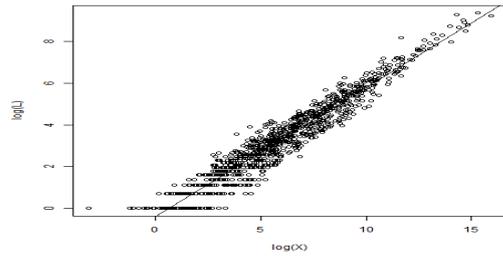


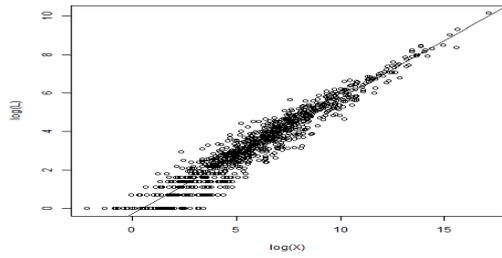
図 5: 産業「E 製造業」



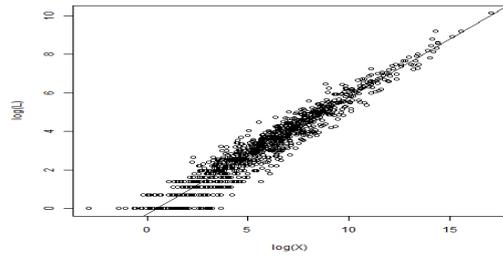
(a) 標本 0009



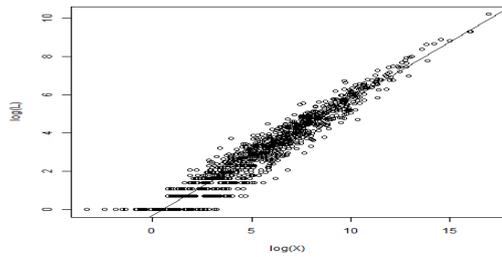
(b) 標本 0014



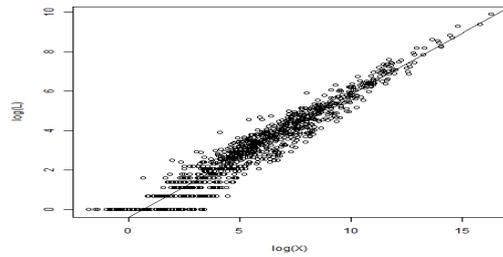
(c) 標本 0024



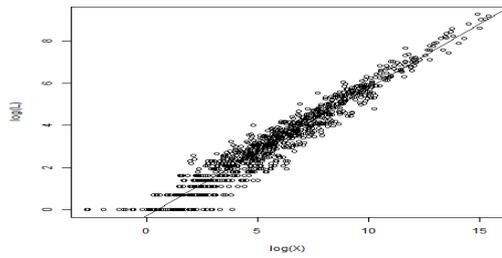
(d) 標本 0038



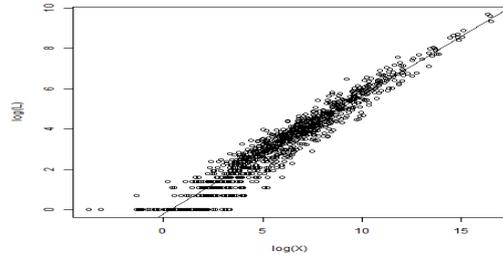
(e) 標本 0044



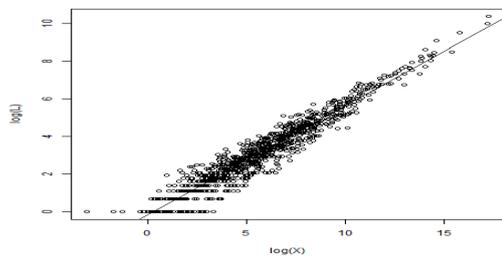
(f) 標本 0051



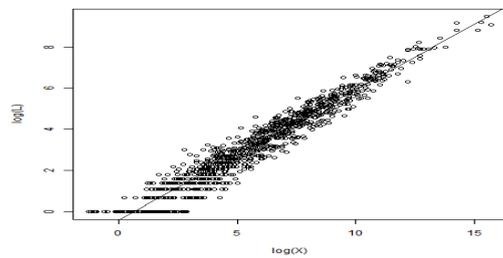
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 6: 産業「F 電気・ガス・熱供給・水道業」

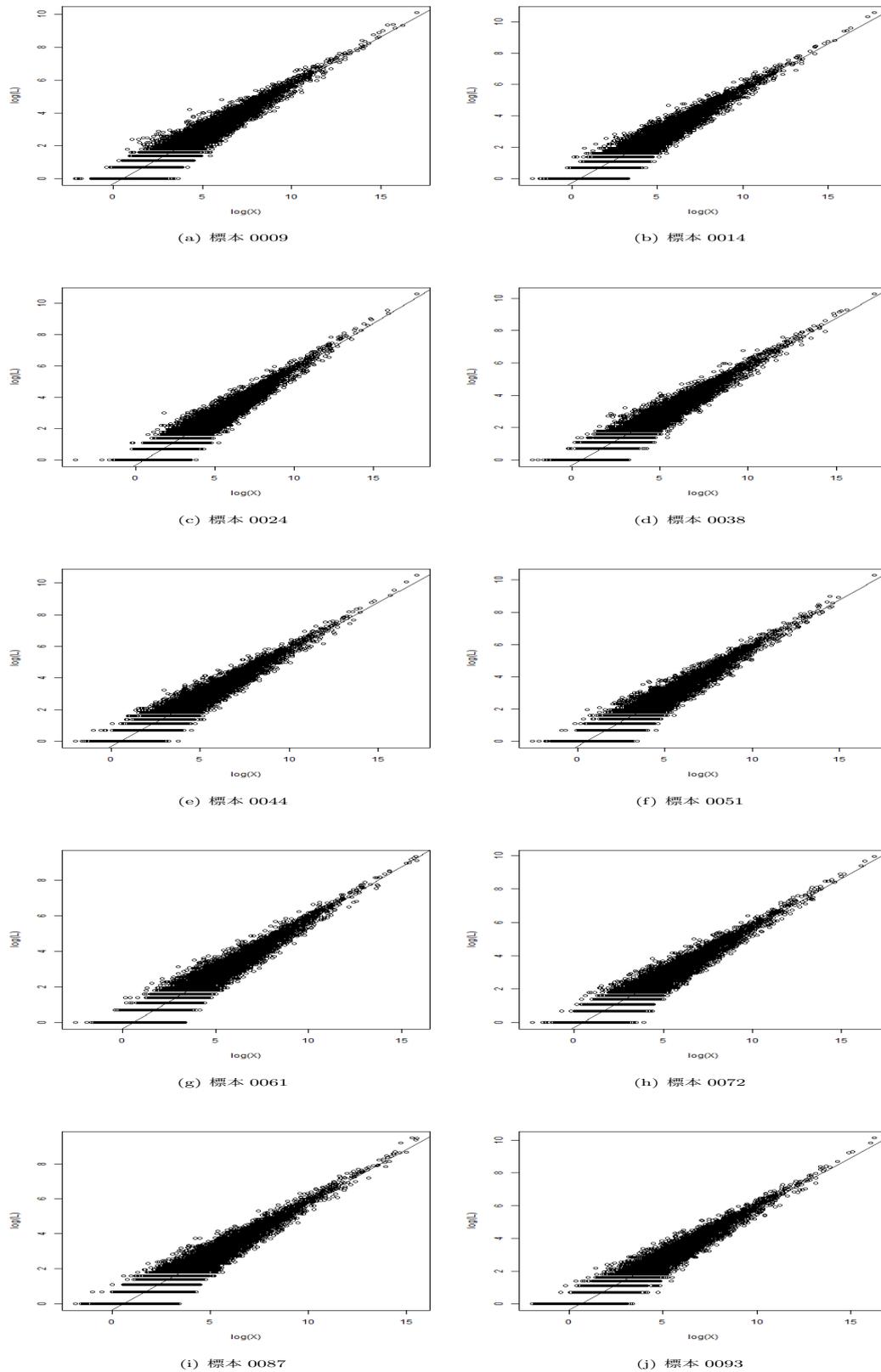


図 7: 産業「G1 情報通信業（通信業，放送業，映像・音声・文字情報制作業）」

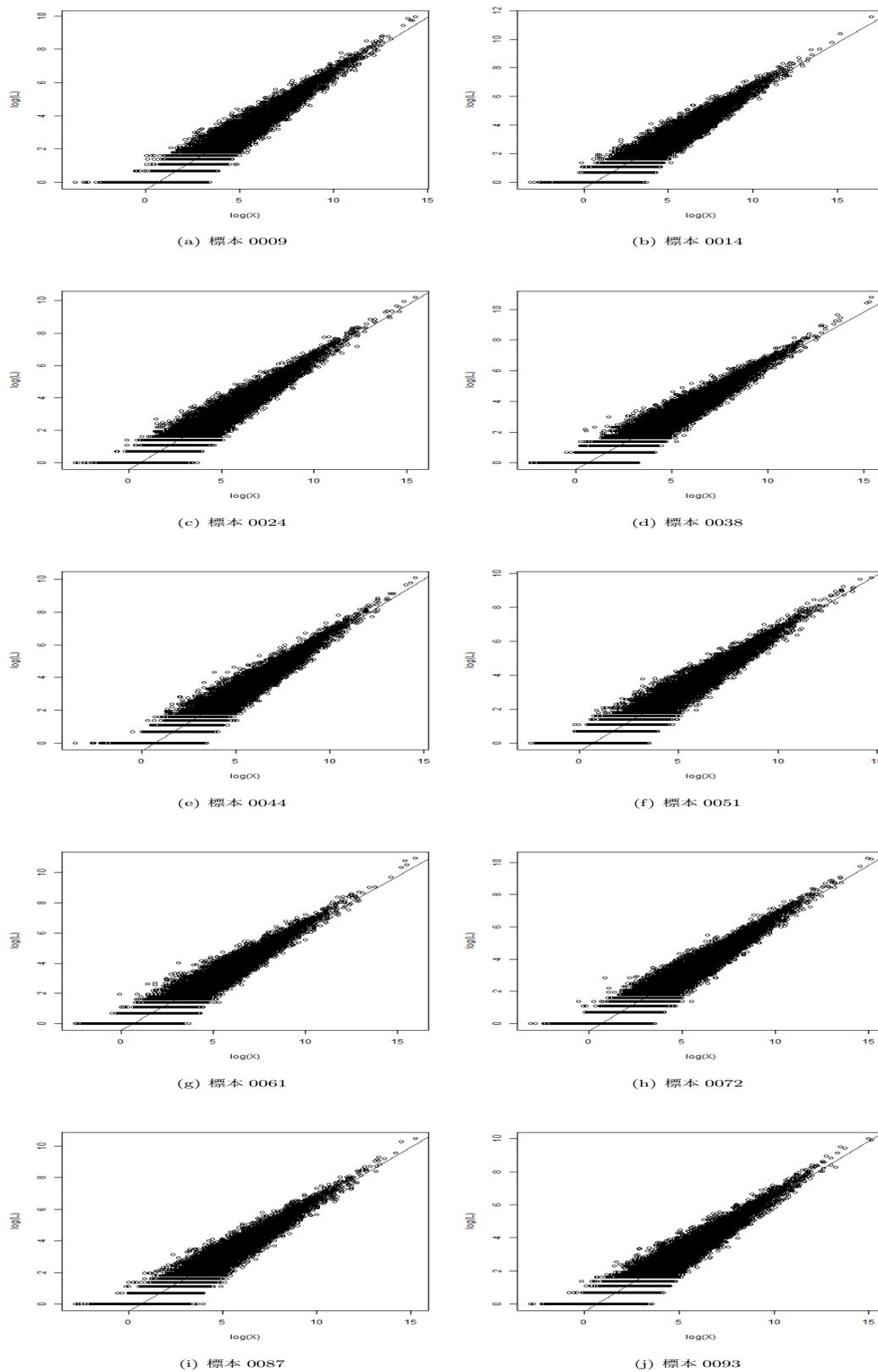


図 8: 産業「G2 情報通信業（情報サービス業，インターネット附随サービス業）」

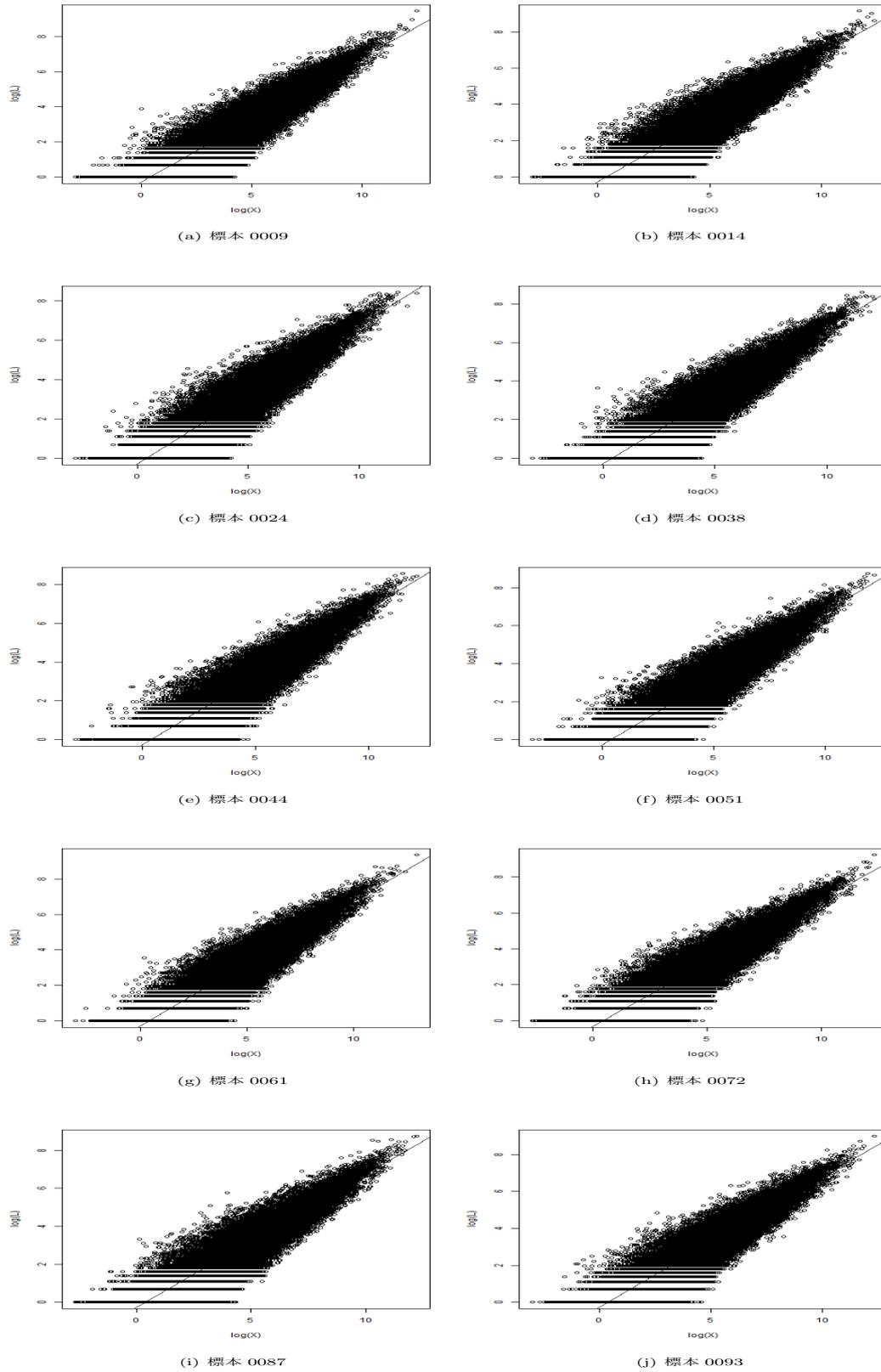


図 9: 産業「H 運輸業, 郵便業」

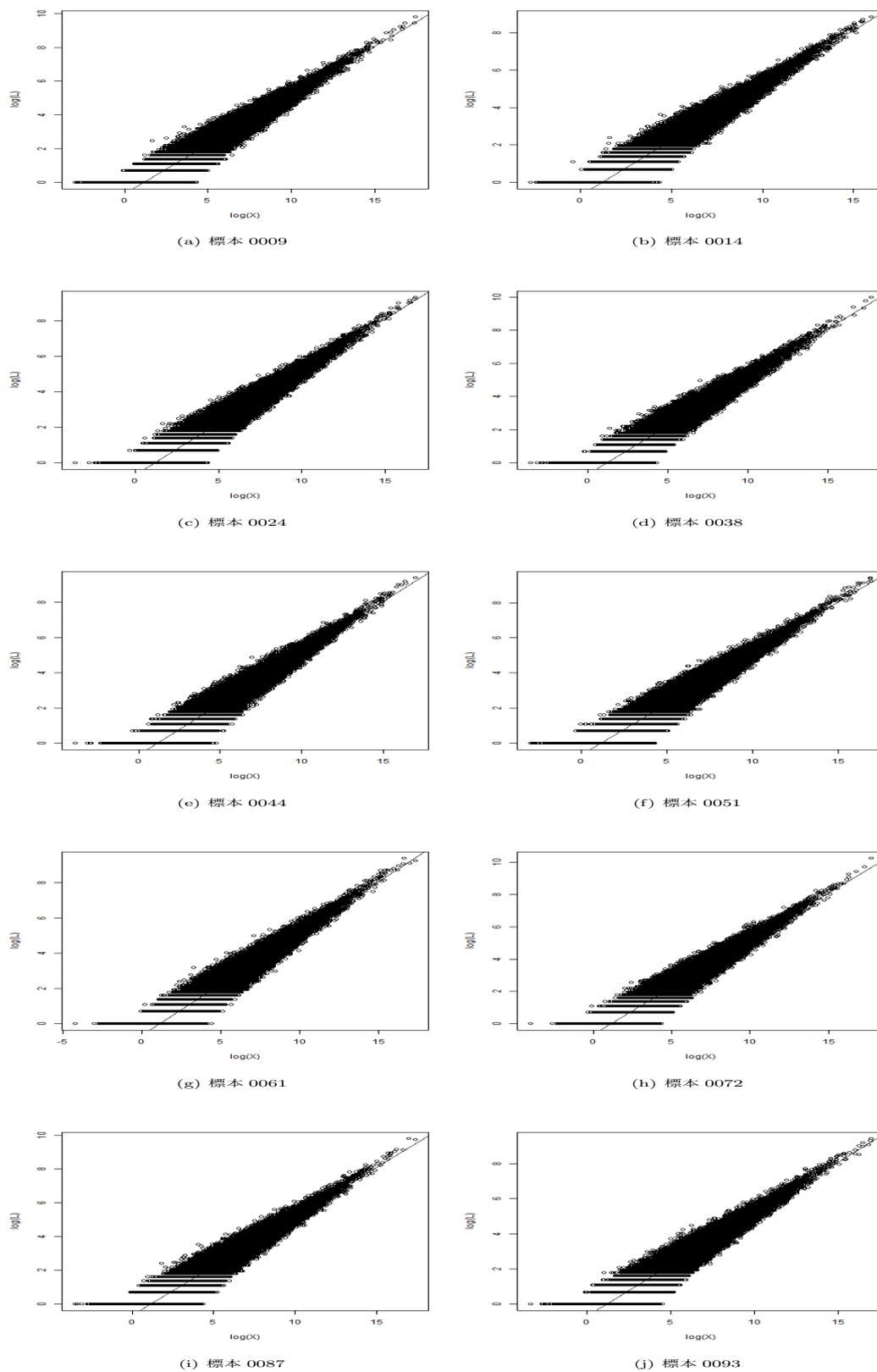


図 10: 産業「I1 卸売業」

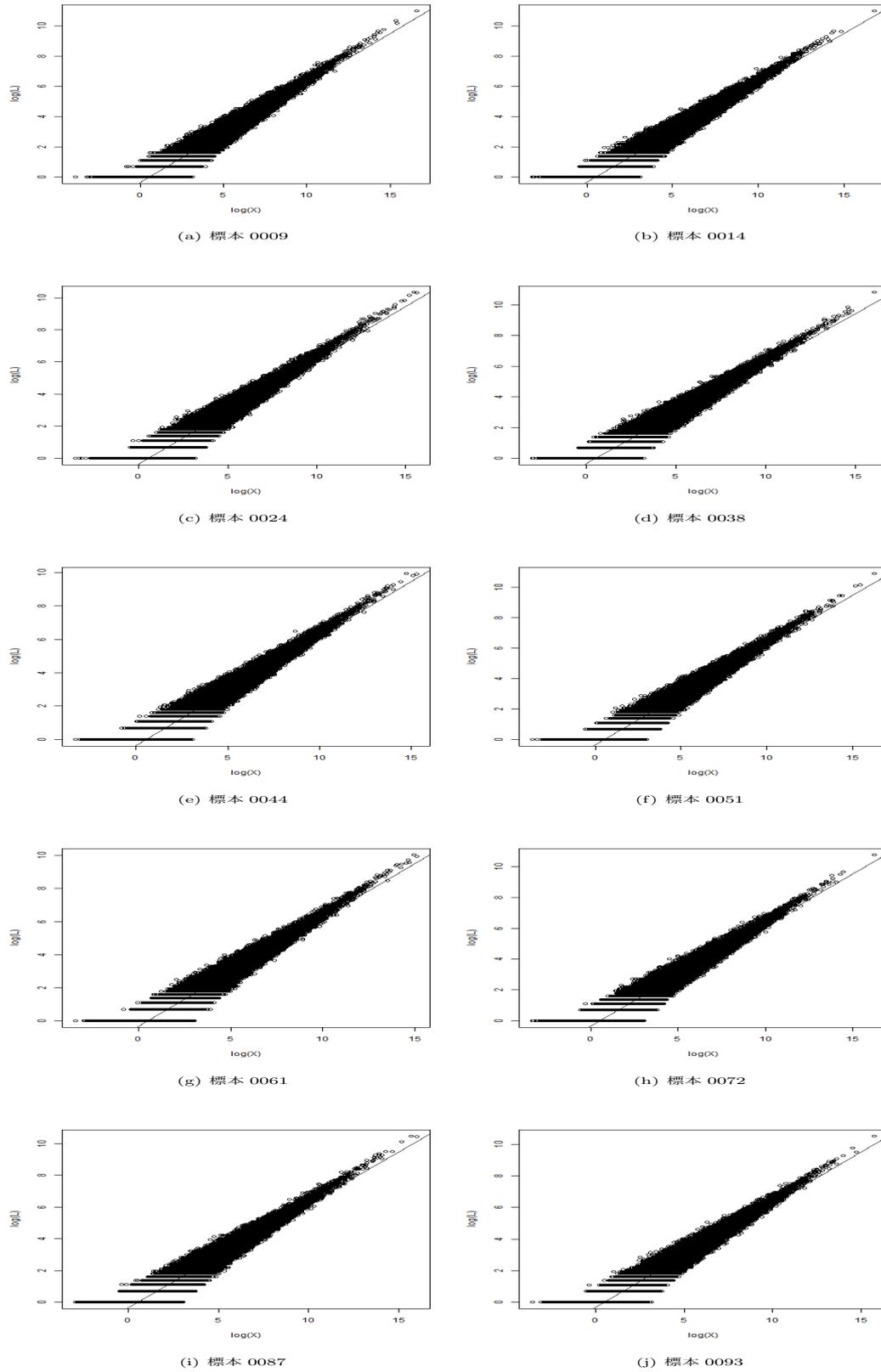
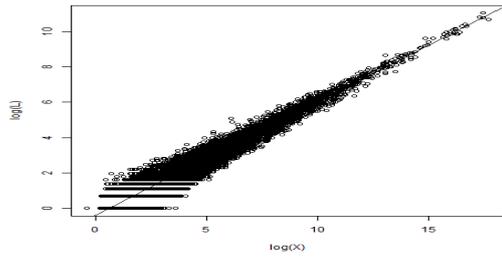
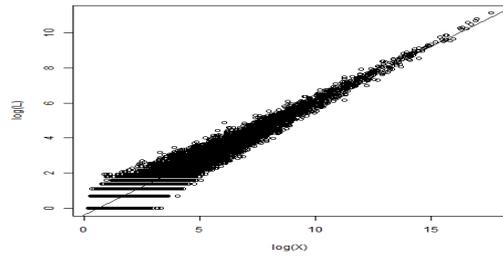


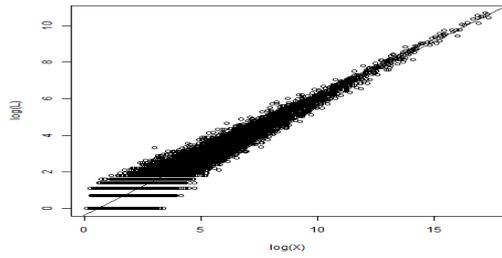
図 11: 産業「12 小売業」



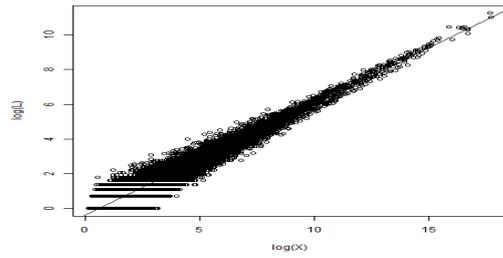
(a) 標本 0009



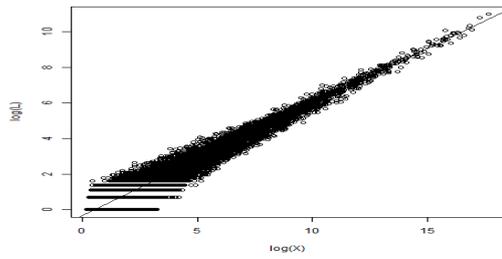
(b) 標本 0014



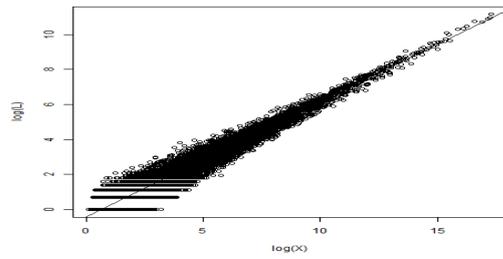
(c) 標本 0024



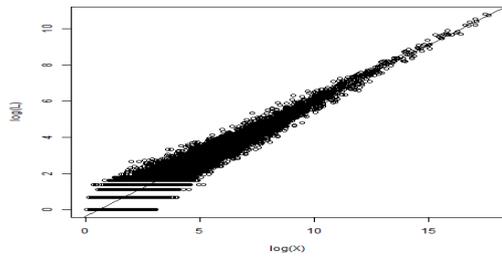
(d) 標本 0038



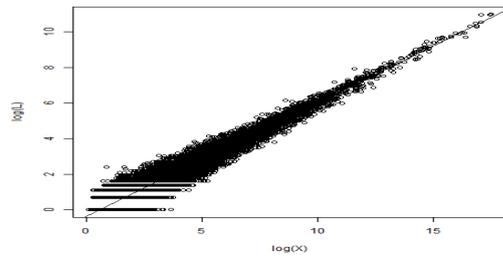
(e) 標本 0044



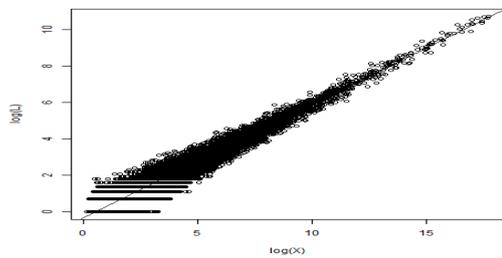
(f) 標本 0051



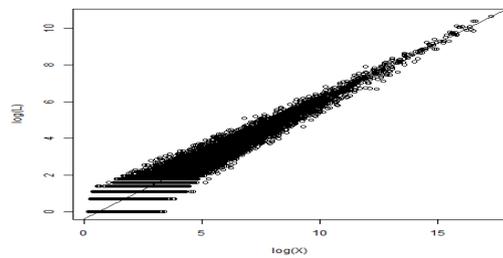
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 12: 産業「J金融業, 保険業」

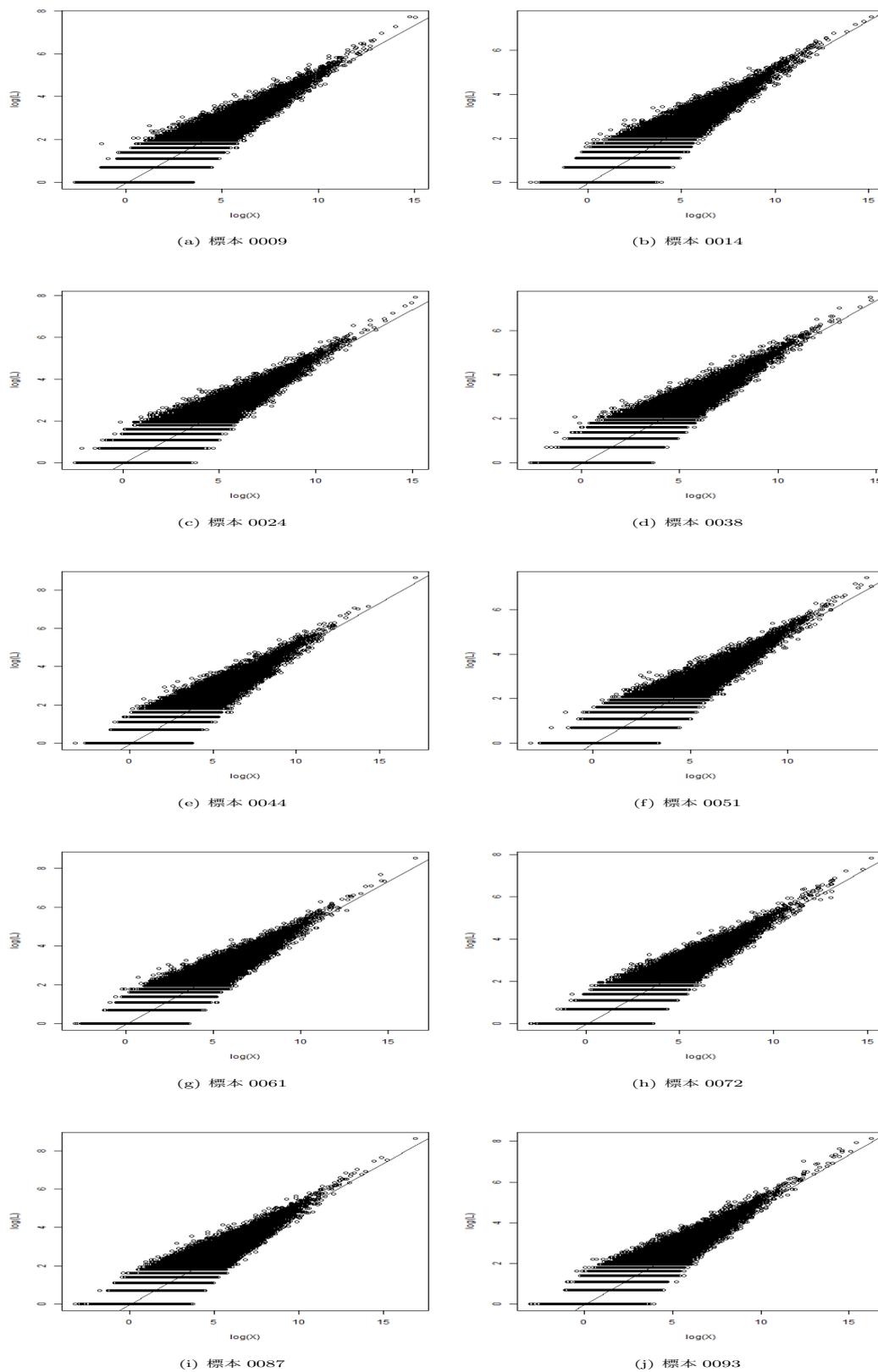
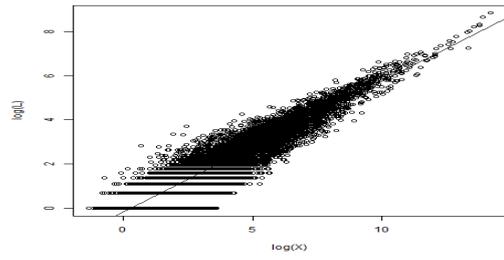
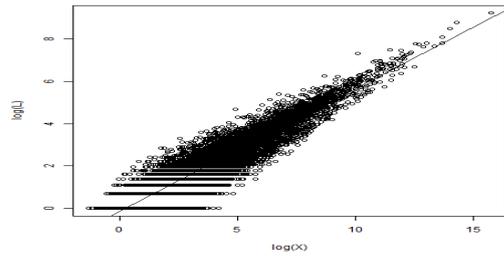


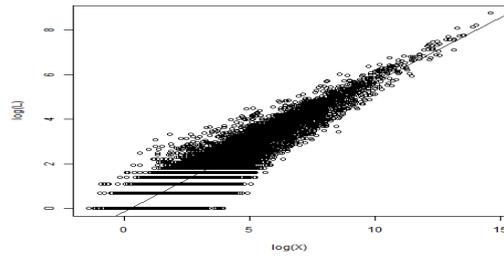
図 13: 産業「K1 不動産業」



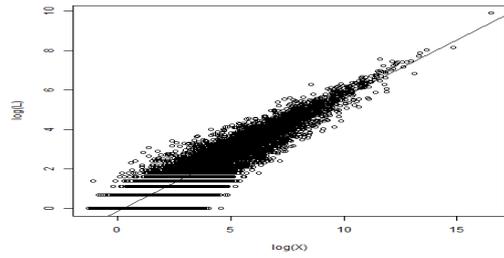
(a) 標本 0009



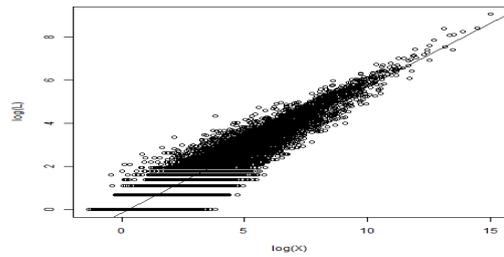
(b) 標本 0014



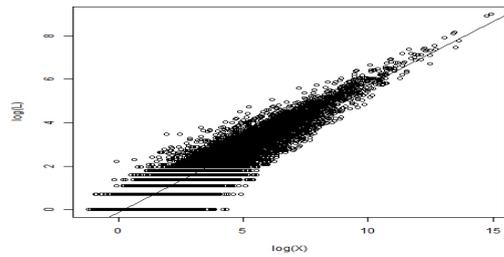
(c) 標本 0024



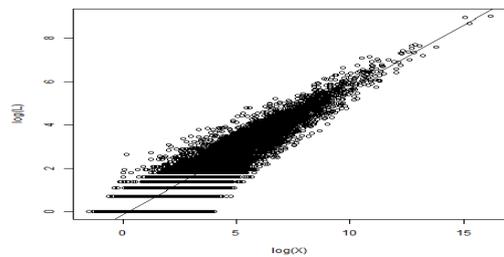
(d) 標本 0038



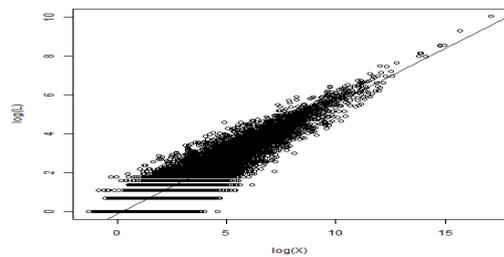
(e) 標本 0044



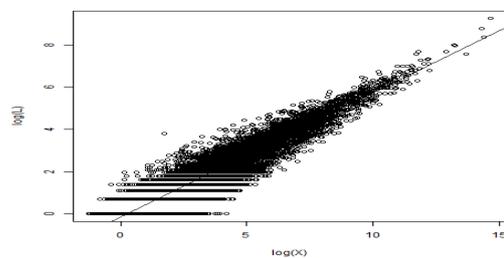
(f) 標本 0051



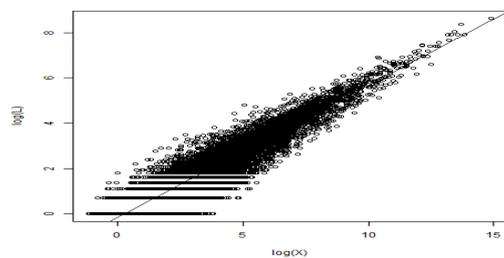
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 14: 産業「K2 物品賃貸業」

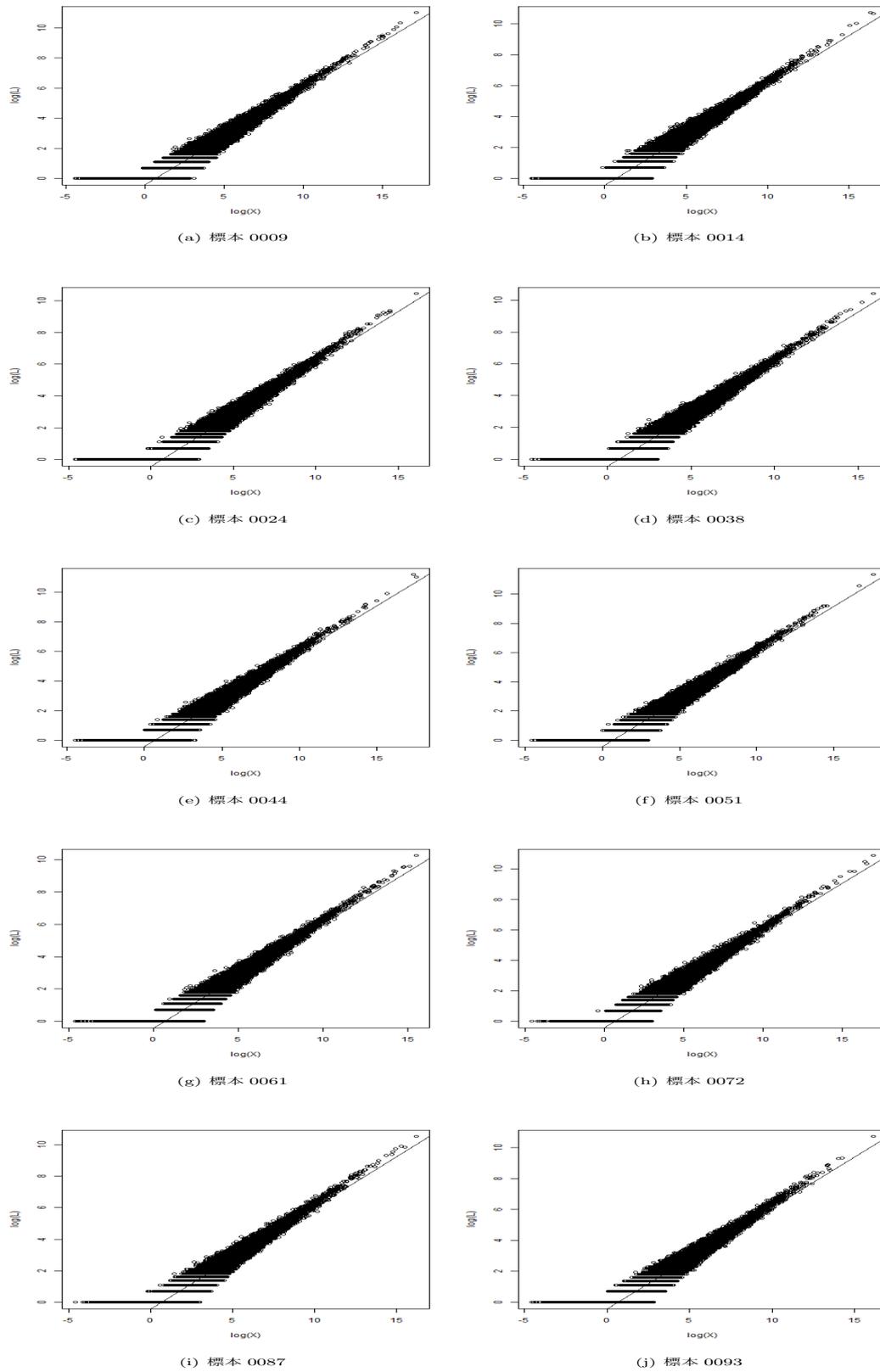
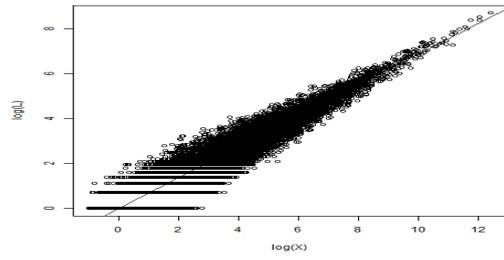
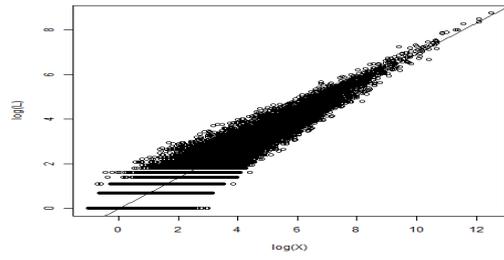


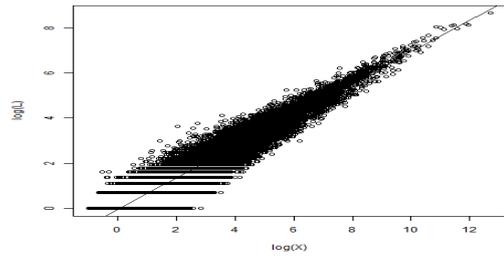
図 15: 産業「L」学術研究, 専門・技術サービス業



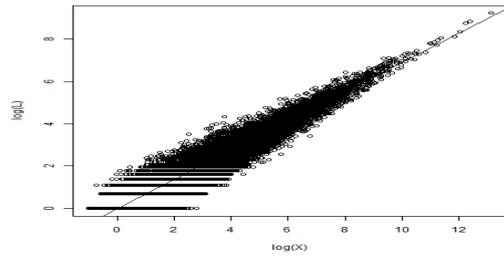
(a) 標本 0009



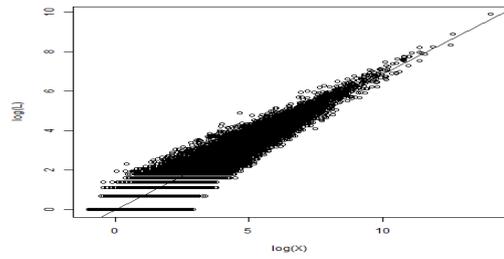
(b) 標本 0014



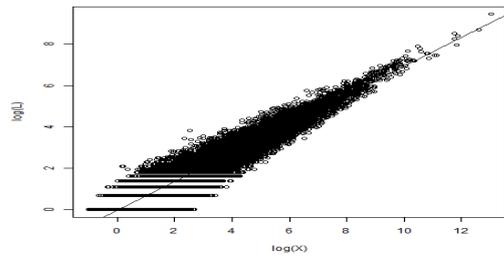
(c) 標本 0024



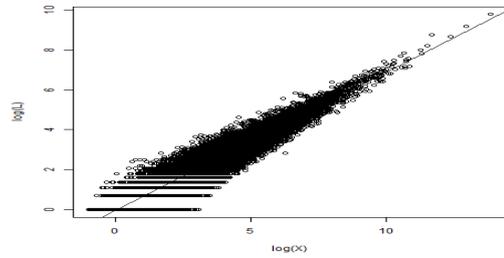
(d) 標本 0038



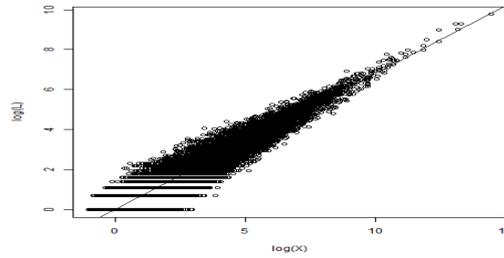
(e) 標本 0044



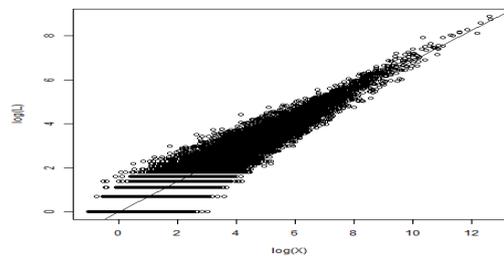
(f) 標本 0051



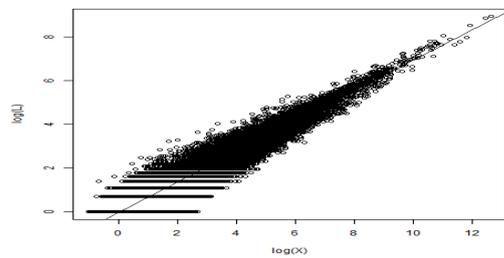
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 16: 産業「M1 宿泊業」

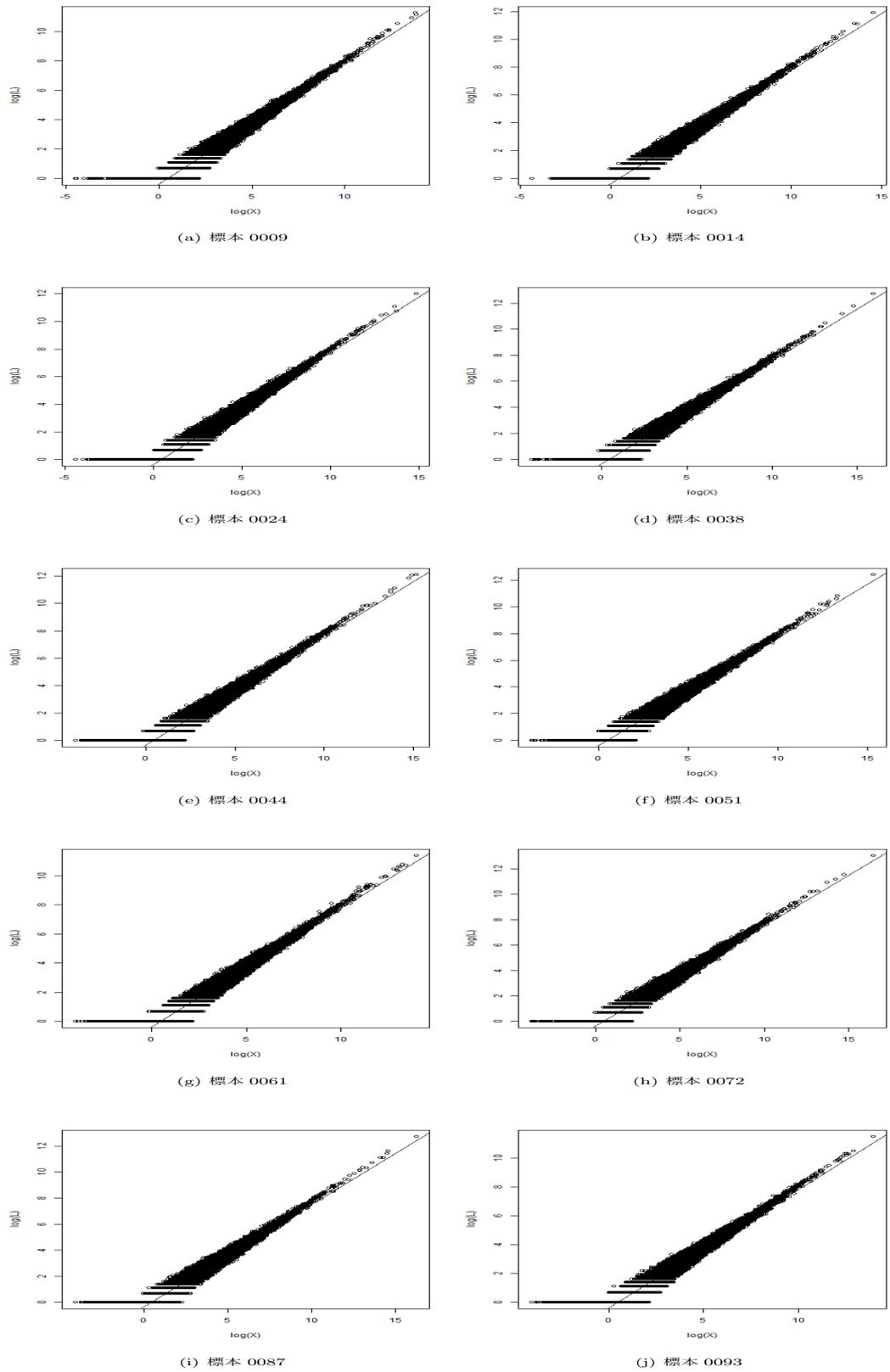


図 17: 産業「M2 飲食店, 持ち帰り・配達飲食サービス業」

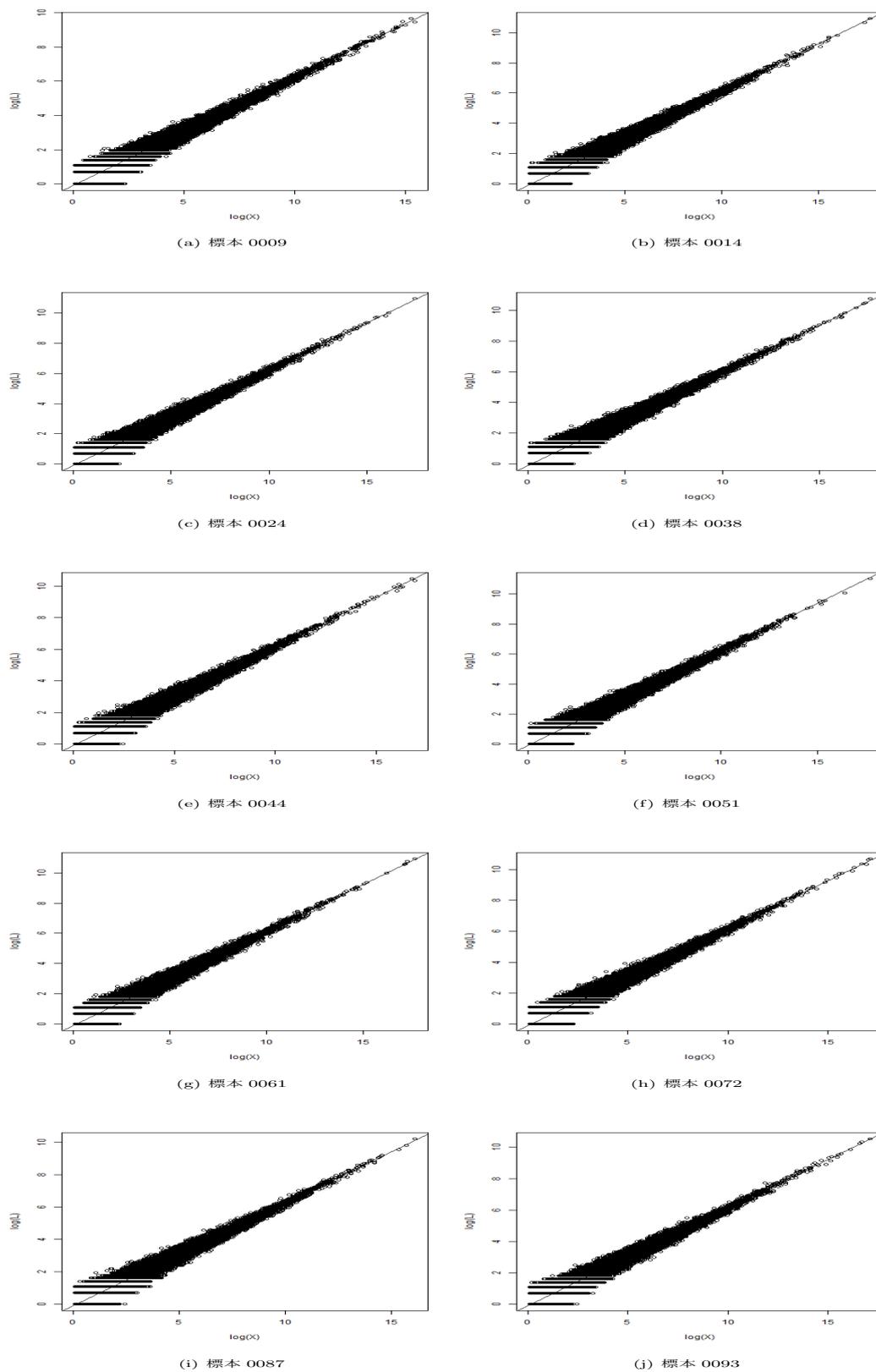
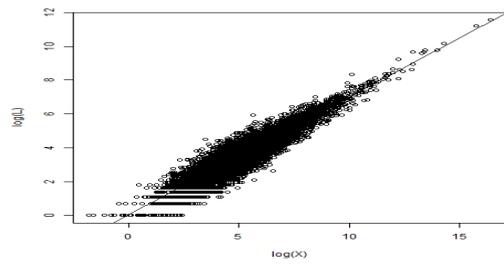
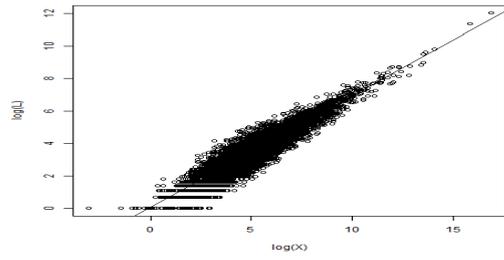


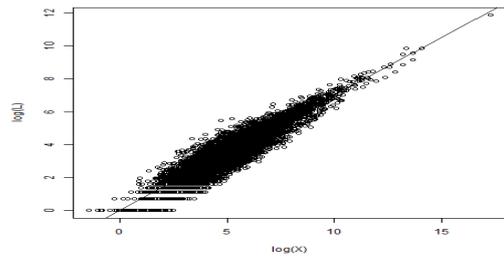
図 18: 産業「N 生活関連サービス業, 娯楽業」



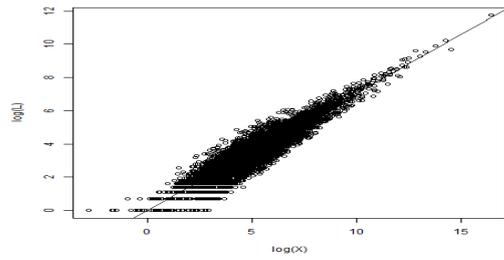
(a) 標本 0009



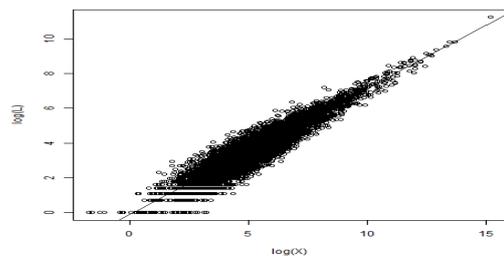
(b) 標本 0014



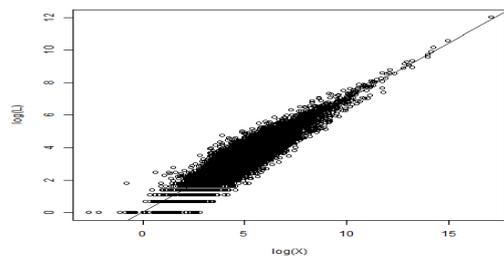
(c) 標本 0024



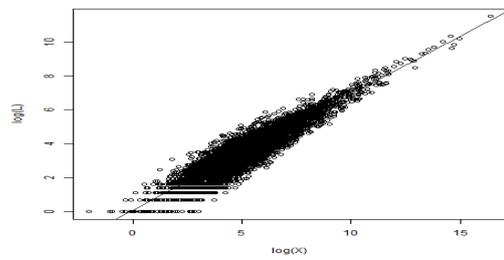
(d) 標本 0038



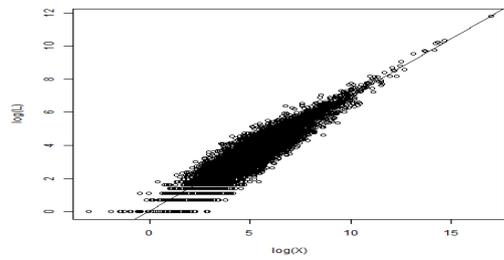
(e) 標本 0044



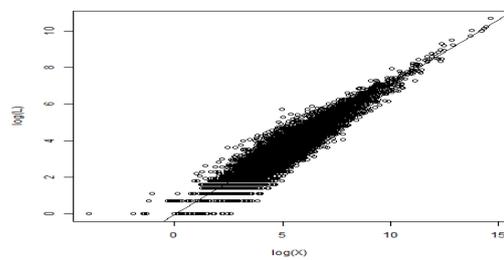
(f) 標本 0051



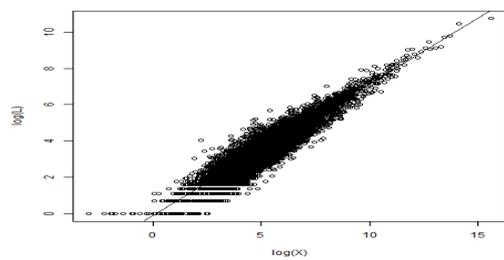
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 19: 産業「O1 教育, 学習支援業 (学校教育)」

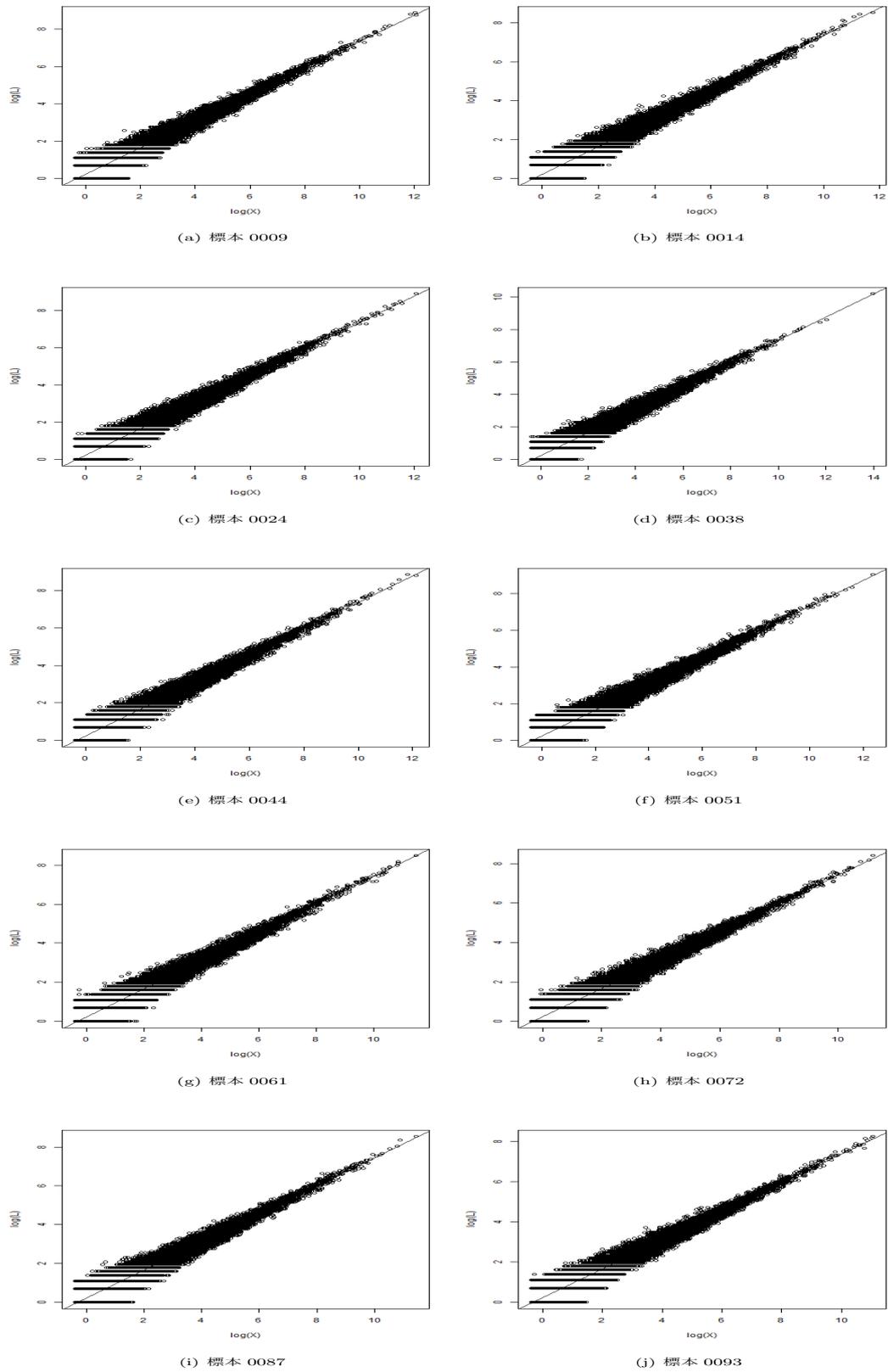
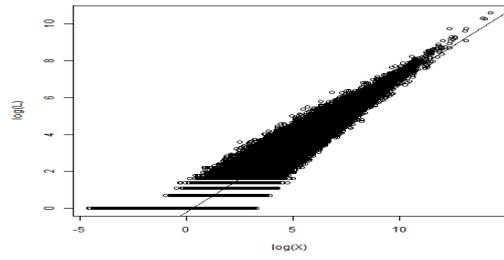
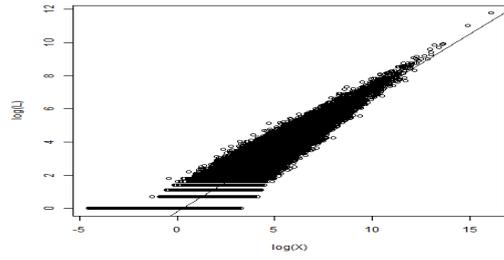


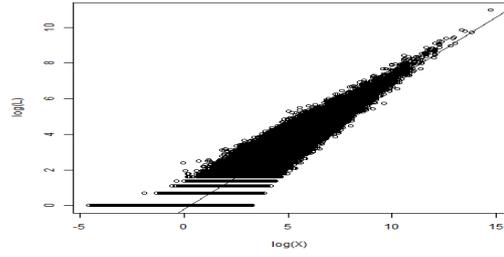
図 20: 産業「O2 教育, 学習支援業 (その他の教育, 学習支援業)」



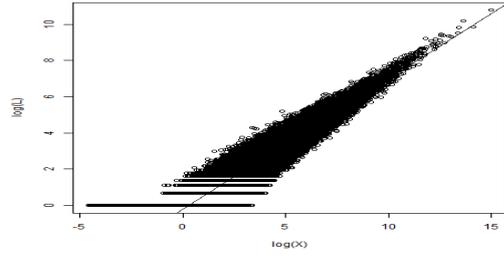
(a) 標本 0009



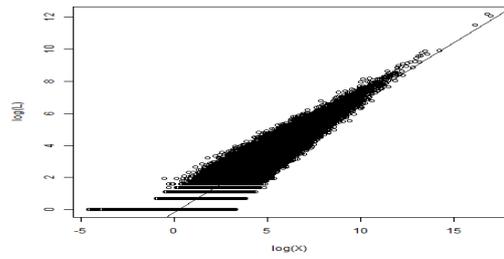
(b) 標本 0014



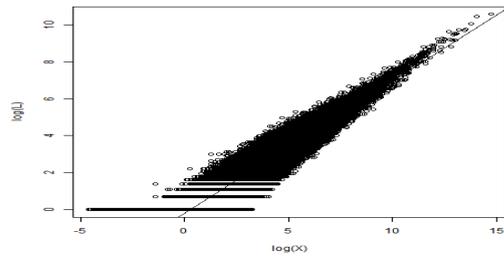
(c) 標本 0024



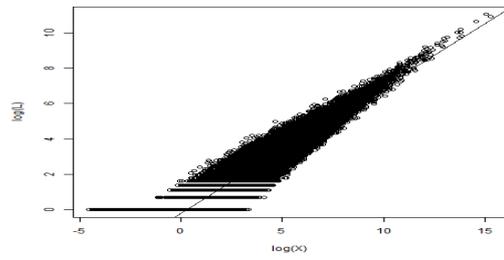
(d) 標本 0038



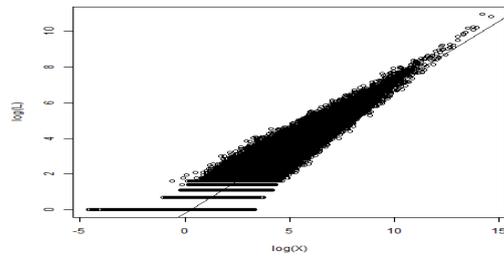
(e) 標本 0044



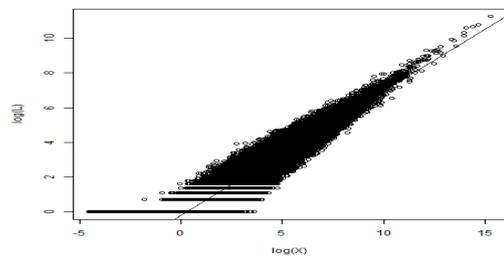
(f) 標本 0051



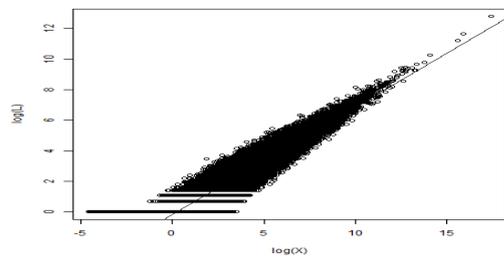
(g) 標本 0061



(h) 標本 0072



(i) 標本 0087



(j) 標本 0093

図 21: 産業「P 医療, 福祉」

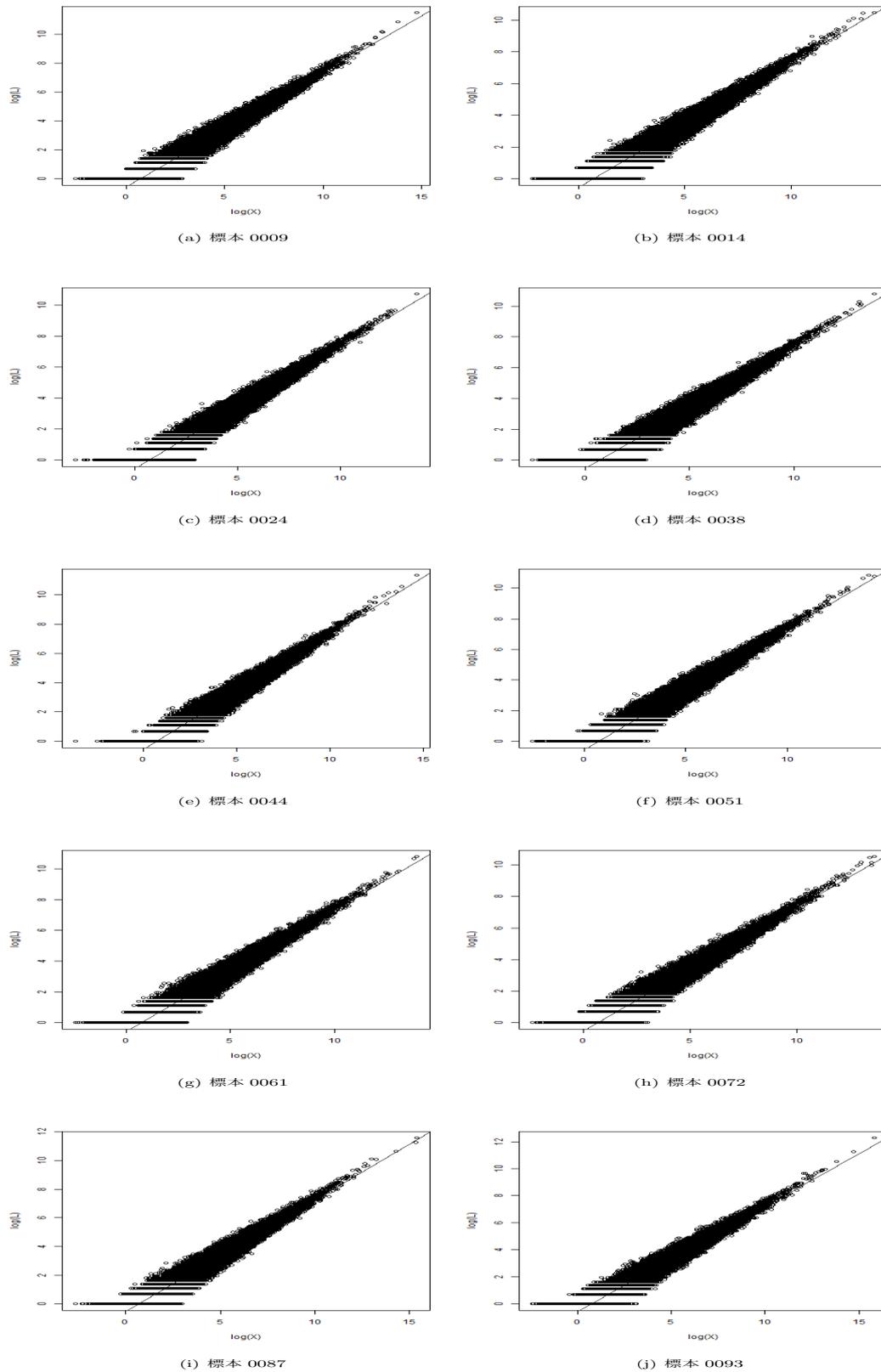


図 22: 産業「R2 サービス業（政治・経済・文化団体，宗教を除く）」

## 参考文献

- [1] 尾崎巖. 「規模の経済性とレオンティエフ投入係数の変化」『三田学会雑誌』 59(9), 952-993, 慶應義塾経済学会, 1966.  
<https://doi.org/10.14991/001.19660901-0042>.
- [2] 尾崎巖. 日本の産業構造, 東京: 慶應義塾大学出版会, 2004.
- [3] Ozaki, Iwao. “Economies of Scale and Input-Output Coefficients in: A. P. Carter and A. Brody eds.: Applications of Input-Output Analysis.” *Proceedings of the Fourth International Conference on Input-Output Techniques*, Geneva. 1968.
- [4] Ozaki, Iwao. “Economies of Scale and Input-Output Coefficients.” in A. P. Carter and A. Brody eds., *Applications of Input-Output Analysis*, Amsterdam: North-Holland (1970): 280-302.
- [5] Ozaki, Iwao. “The Effects of Technological Changes on the Economic Growth of Japan, 1955-1970.” in K. R. Polenske and P. J. Skolka eds. *Advances in Input Output Analysis*, Cambridge, Mass.: Ballinger (1976): 93-111.
- [6] Ozaki, Iwao. “Economies of Plant Scale and Structural Change.” in Leontief, Wassily, Erik Dietzenbacher, and Michael L. Lahr eds., *Wassily Leontief and Input-Output Economics*, Cambridge University Press (2004): 232.