

労働力調査における継続標本を用いた複合推計

尾中 裕一[†]

The Composite Estimation using continuation sample in the Labour Force Survey

ONAKA Yuichi

労働力調査は、時系列比較の安定性のため、標本抽出の方法において様々な工夫を行っている。一方、米国の雇用統計（Current Population Survey (CPS)）では、標本設計上の措置に加え、「継続サンプル」の情報を用いた複合推計（AK composite estimator、AK 推計）により、前月差の精度向上を図っている。

本稿では、就業者数及び完全失業者数を AK 推計により算出し、比推定値に含まれる短周期の変動が軽減されることを示す。また、AK 推計のパラメーターの選定をブートストラップ法で行い、CPS の手法との比較を行う。

キーワード：労働力調査、継続標本、複合推計、AK 推計

The Labour Force Survey performs various considerations for the stability of the time series comparison in a sampling method. On the other hand, in addition to sampling design, a composite estimation using the information of "continuation sample" improves the precision of the monthly change, in the U.S. Current Population Survey (CPS).

In this paper, we calculate the number of employment and unemployment by AK composite estimator, and indicate that the change of the short period in the ratio estimation is decreased. Further, we perform the choice of the parameter of AK estimation by the Bootstrap Method and compare it with the result by method of CPS.

Key words: Labour Force Survey, continuation sample, composite estimation, AK composite estimator

[†] 総務省統計局統計調査部消費統計課物価統計室

はじめに¹

労働力調査は、約4万世帯を対象に毎月実施されている標本調査であり、層化2段抽出により調査対象住戸を選定している。選ばれた住戸について2か月間連続で調査を行い、その後10か月間調査対象から外れ、再び2か月間調査対象とする。このような調査方法を採用することで、前月や前年同月の調査対象に同一住戸があることから、推計値の比較における安定性を向上させている。2か月目の調査終了後、一度に全標本を入れ替えてしまうと標本交代による断層が大きくなり、安定した時系列が得られない。このため、毎月の調査対象住戸の半数を翌月も継続して調査することにより、標本交代による調査結果の断層を軽減させている（総務省統計局（2015、2013））。

しかし、調査対象住戸の交代が毎月2分の1行われることによる断層はなおも残る。特定の就業状態や職種のサンプルが多く選定された場合、その属性を含む推計値が大きくなり、また、この増減が繰り返されることで、時系列に短周期の変動を含ませることになる。

このような標本交代による振れを軽減させるため、継続標本のみを用いた推計を検討することは有用である。例えば、継続標本の2か月間の状態を集計し、その差（変化率）を前月からの遷移状態数（確率）として前月の状態数に作用させることで当月の状態数を間接的に推計する方法が考えられる。この場合、前月と同じサンプルを対象にしているため、標本交代による短周期変動が発生せず、滑らかな時系列を作成することが期待できる。一方で、標本数が半数になることによる標本誤差の増大や、継続標本のみを用いることによる非標本誤差が存在すれば、その調整が必要になる。

そのような問題の対処法のひとつとして、当月の標本による直接的な推定値と、継続標本のみによる間接的な推定値を合成させることが考えられる。これにより、形式的な標本数の増加による標本誤差の減少や、比推定値による非標本誤差の調整が期待される。米国の労働力調査に当たる Current Population Survey (CPS) では、前月比の振れを抑えることを重視する観点から、標本理論による直接推定値に継続標本による間接推定値を合成させた複合推計法を採用している。米国ではこの複合推計法による推計を AK composite estimator（以下、「AK 推計」という。）と呼んでいる（U. S. Census Bureau（2006））。

本稿の目的は、このような継続標本の情報を用いた複合推計法により労働力調査に内包されている短周期変動を軽減させ、より安定した推計結果を得ることである。推計手法は AK 推計を用い、その推計結果の検証を行う²。また、AK 推計に用いるパラメーターの選定を、CPS で用いられた手法（以降、「CPS 方式」という。）に加え、ブートストラップ法を用いた選定を行い、それらの比較を行う。

本稿の構成は以下の通りである。次節で短周期変動をスペクトル分析により確認する。2節で AK 推計について概略を述べ、3節では AK 推計のパラメーターを2通りの方法で選定し、それらを比較する。4節では、選定したパラメーターを用いて時系列を作成し、その評価を行う。5節でまとめを行う。

また、本稿の執筆に当たっては、総務省統計研修所の山口幸三氏から有益なコメントをいただいた。改めてここに厚く御礼申し上げる。

1. 短周期変動について³

労働力調査の結果に含まれる標本交代による短期的な変動を見るため、推計値のパワー

¹ 本稿の内容は執筆者の個人的見解を示すものであり、所属する組織の見解を示すものではない。

² 家計調査（総務省）における AK 推計の検討として、大島（2016）がある。

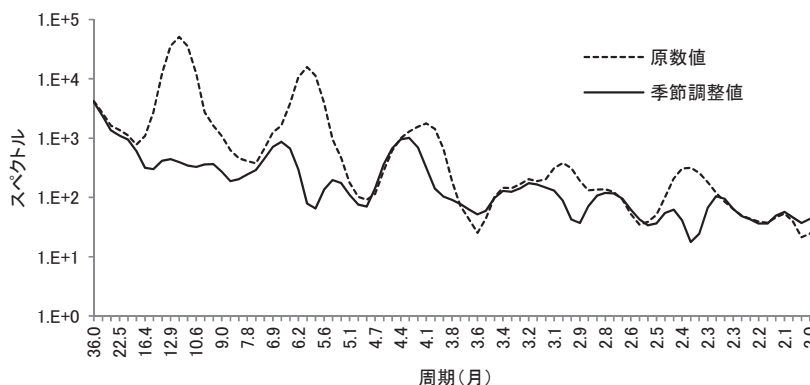
³ 労働力調査の結果における短期の変動についての考察として、塩谷・肥後（2009）がある。

スペクトルを確認する。原系列には12か月、6か月、4か月の周期にピークが現れ、このうち周期12か月及び6か月のピークは季節調整により取り除かれる。一方で、周期4か月あたりにあるスペクトルのピークは季節調整後も残ることがわかる(図表1)。2か月おきに増減を繰り返す波の周期が4か月となることから、このピークは標本交代による影響と推測することができる。

調査住戸の交代により就業者のサンプルが多く抽出されると、就業者が多い期間が2か月間続く。2か月後にはこのサンプルが外れるタイミングで下方シフトが起こる。このような2か月おきの増減が周期4か月付近の短周期変動の原因と考えられる。季節性のような期間内の一定方向の変動は季節調整により取り除くことができるが、標本交代による断層が時点によらずランダムに発生するため、季節調整後もその寄与が残っていることがパワースペクトルの結果からわかる。

こうした標本交代に起因する短周期の変動は、労働力調査の推計値に不規則な振れを発生させるため、これを軽減させることで、より精緻な時系列比較が可能になる。

図表1：パワースペクトル
(就業者、2002年～2015年)



2. AK 推計について

毎月の集計値を標本理論により直接的に集計する方法⁴に対して、調査票の他の情報を用いて当月の集計値を類推する方法が考えられる。CPSで採用されているAK推計では、標本理論に基づく推定値に加え、2か月連続で調査した標本から、前月と当月の間での就業状態の移動の情報による間接的な推定量を用いている。本節ではその概略を説明する。

全標本は、標本設計により継続標本 $\hat{Y}_{t,i}$ と非継続標本 $\hat{Y}_{t-1,i-1}$ に分けることができる。さらに、継続標本について前月の就業状態と今月の就業状態との差を

$$\hat{\Delta}_t = \hat{Y}_{t,i} - \hat{Y}_{t-1,i-1} \quad \dots (1)$$

とする。スケール調整後の継続標本の増減を、前月の全標本による推計値からの増減とすると、継続標本のみを用いた当月の推計値

$$Y_t = Y_{t-1} + \hat{\Delta}_t \quad \dots (2)$$

を計算することができる。初期値 $Y_0 = \hat{Y}_0$ 以外は継続標本のみを用いているため、標本交代

⁴ 労働力調査では、標本から得られた毎月の集計値を、調査区ごとに定められた抽出率で膨らませて調査区全体の推定値としている。さらに、抽出率は国勢調査結果に基づいて作成されているため、調査時点の人口推計を利用した比推定を行い、推定誤差を減少させている。

による断層が発生せず、変動がより小さな時系列を作成することができる。一方で、継続標本のみを用いることになり、2か月連続で回答できるサンプルが非標本誤差を含んでいる場合、一方向へのバイアスが発生するため不偏推定量ではなくなる。

このため、バイアスを調整する簡単な方法として比推定値との加重平均をすることが考えられる。全標本を集計した直接推計値と継続標本による推計値をウェイト K で合成した

$$Y'_t = (1-K)\hat{Y}_t + K(Y'_{t-1} + \hat{\Delta}_t) \quad \dots (3)$$

を与える。 K は 0 から 1 の任意の値とする。CPS では、さらに継続標本により生じる比推定値とのバイアスを調整するため、非継続標本と継続標本との差

$$\hat{\beta}_t = \frac{1}{2}(\hat{Y}_{t,i-1} - \hat{Y}_{t,i}) \quad \dots (4)$$

の項をウェイト A の重みをつけて式(3)に加えた、以下の推計式を採用している。

$$Y'_t = (1-K)\hat{Y}_t + K(Y'_{t-1} + \hat{\Delta}_t) + A\hat{\beta}_t$$

Y'_t : AK推計値
 \hat{Y}_t : 比推定値
 $\hat{\Delta}_t$: 継続サンプルのみによる前月差の推計値
 $\hat{\beta}_t$: 非継続サンプルと継続サンプルの推計値の差

... (5)

$A=K=0$ では AK 推計値は比推定値と一致する。 K を上昇させると継続サンプルの寄与が大きくなり、前月差の振れが抑えられることが期待できる。 $A=0, K=1$ では前月の AK 推計値に継続サンプルの前月差を足した値になり、継続サンプルのみによる推計値となる。

また、第2項により比推定値とのバイアスが生じるため、第3項の A を調整することにより非継続サンプルを取り入れることで継続標本によるバイアスを抑える効果が見込まれる。このように、適切なパラメーターを選択することでバランスのとれた時系列を作成することができる。

3. パラメーターの選定方法について

前節で示した AK 推計式(5)は、2つのパラメーターを設定することで様々な推計値を作成することができる。本節では、そのパラメーターの選定について、真値と AK 推計値との平均平方誤差 (MSE) を指標として、これが最小になるパラメーターの組み合わせを探す。MSE は、

$$MSE(Y'_t) = (E(Y'_t) - Y_t)^2 + Var(Y'_t) \quad \dots (6)$$

の関係から、バイアスと分散に分けることができる。 K を大きくすることによるバイアスの増加と標本サイズの拡大による分散の減少を、MSE を最小化することによりバランスのとれたパラメーターが選定されることが期待される。

ここでは、パラメーターの範囲 ($0 \leq A \leq 1, 0 \leq K \leq 1$) について 0.01 刻みのすべての組み合わせに対する MSE を計算する。また、MSE の計算手法として (1) CPS 方式による手法と、(2) ブートストラップ法による手法の 2 通りの手法でそれぞれ計算して、その結果を比較する。

以下の推計には労働力調査基本集計の個票データを用い、推計期間は 2002 年 1 月から 2015 年 12 月までとする。各月の個票データについて、全標本による乗率に加えて、継続・非継続別に比推定をした集計用乗率を追加したデータセットを作成する。比推定は、全国一律に男女別、年齢 5 歳階級別の 15 歳以上人口をベンチマークとする。

また、CPS では就業者数と完全失業者数を AK 推計により計算し、推計人口(就業者数+完全失業者数)から非労働力人口を算出している。本稿もこれに従い、以降の推計においては、就業者数と完全失業者数に限定する。

(1) CPS 方式における MSE の測定

CPS では、いくつかの条件を置いて MSE を定式化している。その詳細は付録に記載する。計算の結果、MSE は以下ようになる。

$$MSE(Y') = \underbrace{\left(\frac{1}{4} \frac{2K - A}{1 - K} \sum_{i=2,4,6,8} \hat{a}_i \right)^2}_{Bias^2} + \underbrace{\frac{\sigma^2}{8} \frac{1}{1 - K^2} \left[1 + (K - A)^2 + 2K^2(K - A) - K(1 + K - A)^2 \rho_1 \right]}_{Var} \dots (7)$$

CPS 方式における MSE の計算に必要な、分散(σ^2)、共分散(ρ)、副標本バイアス(\hat{a}_i)は図表 2 となった。また、これらを用いた、パラメーターの組み合わせごとの MSE の計算結果は図表 3 のようになった。

図表 2 : 分散、共分散、副標本バイアス

| | 分散 | 共分散 | | | | 副標本バイアス | | | | | | | |
|-------|------|-------|-------|-------|-------|---------|------|------|-------|------|------|-------|-------|
| | | 1 | 11 | 12 | 13 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 就業者 | 9596 | 0.819 | 0.566 | 0.757 | 0.573 | 59.2 | 23.1 | 10.8 | -18.7 | -1.0 | -5.7 | -31.4 | -36.3 |
| 完全失業者 | 407 | 0.665 | 0.194 | 0.287 | 0.164 | 6.1 | 1.2 | 3.3 | -1.9 | -1.1 | -1.0 | -3.1 | -3.6 |

バイアスは(7)式により $A = 2K$ でゼロとなり、その上下左右で小さな値が分布する。これと AK 推計式(5)との関係を見ると、第 3 項がない場合 ($A=0$) と比べ、この項を式に導入する ($A>0$) ことにより、 $A = 2K$ に沿ってパラメーターを上昇させることでバイアスの増加を抑えつつ継続標本の効果を入れられることがわかる。

また、 A を固定して見ると、 K が 1 に近づくと分母がゼロに近づくため、急激に増加する振る舞いが見られた⁵。(5)式第 2 項で、前月の AK 推計値のバイアスが、より大きな K が乗じられることにより、その増幅も大きくなる影響が現れていると考えられる。

分散は、 K が上昇するにつれて、(7)式中の継続サンプルの共分散による押し下げ効果が大きくなり分散は減少するが、 $K = 1$ 付近では分母がゼロに近づくため急激に上昇する傾向が見られた。

⁵ $K \rightarrow 1$ の振る舞いは付録参照。

図表 3：MSE (CPS 方式)

【就業者】

| MSE | A | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 1199 | 1212 | 1251 | 1315 | 1406 | 1521 | 1663 | 1831 | 2024 | 2243 |
| 0.1 | 1110 | 1113 | 1141 | 1193 | 1269 | 1370 | 1495 | 1645 | 1819 | 2017 |
| 0.2 | 1047 | 1037 | 1050 | 1088 | 1148 | 1233 | 1341 | 1473 | 1629 | 1808 |
| 0.3 | 1026 | 997 | 992 | 1010 | 1052 | 1118 | 1207 | 1319 | 1455 | 1615 |
| 0.4 | 1080 | 1023 | 991 | 983 | 999 | 1040 | 1104 | 1193 | 1305 | 1442 |
| 0.5 | 1280 | 1178 | 1103 | 1054 | 1030 | 1033 | 1061 | 1116 | 1197 | 1303 |
| 0.6 | 1798 | 1615 | 1462 | 1340 | 1247 | 1185 | 1152 | 1150 | 1178 | 1237 |
| 0.7 | 3150 | 2793 | 2476 | 2198 | 1960 | 1762 | 1604 | 1486 | 1407 | 1368 |
| 0.8 | 7472 | 6623 | 5842 | 5128 | 4481 | 3901 | 3389 | 2944 | 2566 | 2255 |
| 0.9 | 32534 | 29059 | 25795 | 22741 | 19897 | 17264 | 14841 | 12629 | 10627 | 8835 |

| Bias ² | A | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 0 | 1 | 4 | 8 | 14 | 22 | 32 | 43 | 57 | 72 |
| 0.1 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 10 | 17 | 27 | 39 | 54 |
| 0.2 | 22 | 12 | 6 | 1 | 0 | 1 | 6 | 12 | 22 | 35 |
| 0.3 | 65 | 45 | 29 | 16 | 7 | 2 | 0 | 2 | 7 | 16 |
| 0.4 | 157 | 121 | 89 | 62 | 39 | 22 | 10 | 2 | 0 | 2 |
| 0.5 | 354 | 287 | 227 | 174 | 128 | 89 | 57 | 32 | 14 | 4 |
| 0.6 | 797 | 670 | 554 | 448 | 354 | 271 | 199 | 138 | 89 | 50 |
| 0.7 | 1929 | 1664 | 1417 | 1191 | 984 | 797 | 630 | 482 | 354 | 246 |
| 0.8 | 5670 | 4983 | 4341 | 3743 | 3189 | 2680 | 2215 | 1794 | 1417 | 1085 |
| 0.9 | 28703 | 25603 | 22679 | 19933 | 17364 | 14972 | 12757 | 10719 | 8859 | 7176 |

| Var | A | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 1199 | 1211 | 1247 | 1307 | 1391 | 1499 | 1631 | 1787 | 1967 | 2171 |
| 0.1 | 1106 | 1112 | 1141 | 1192 | 1265 | 1360 | 1478 | 1617 | 1779 | 1964 |
| 0.2 | 1025 | 1024 | 1045 | 1086 | 1148 | 1232 | 1336 | 1461 | 1606 | 1773 |
| 0.3 | 961 | 952 | 963 | 994 | 1045 | 1116 | 1207 | 1317 | 1448 | 1598 |
| 0.4 | 922 | 903 | 903 | 922 | 960 | 1018 | 1094 | 1190 | 1305 | 1439 |
| 0.5 | 925 | 891 | 876 | 880 | 903 | 944 | 1005 | 1084 | 1182 | 1300 |
| 0.6 | 1001 | 945 | 909 | 891 | 893 | 913 | 953 | 1012 | 1090 | 1187 |
| 0.7 | 1221 | 1129 | 1058 | 1007 | 976 | 965 | 974 | 1003 | 1053 | 1122 |
| 0.8 | 1802 | 1640 | 1501 | 1385 | 1292 | 1221 | 1174 | 1150 | 1149 | 1170 |
| 0.9 | 3831 | 3457 | 3116 | 2808 | 2534 | 2292 | 2084 | 1909 | 1768 | 1659 |

【完全失業者】

| MSE | A | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 50.9 | 51.5 | 53.0 | 55.7 | 59.4 | 64.1 | 69.9 | 76.7 | 84.6 | 93.6 |
| 0.1 | 48.0 | 48.0 | 49.1 | 51.1 | 54.2 | 58.2 | 63.3 | 69.3 | 76.4 | 84.5 |
| 0.2 | 46.3 | 45.7 | 46.1 | 47.5 | 49.8 | 53.1 | 57.4 | 62.7 | 68.9 | 76.1 |
| 0.3 | 46.4 | 45.0 | 44.6 | 45.1 | 46.6 | 49.1 | 52.5 | 56.9 | 62.3 | 68.6 |
| 0.4 | 49.6 | 47.0 | 45.4 | 44.9 | 45.3 | 46.7 | 49.0 | 52.4 | 56.8 | 62.1 |
| 0.5 | 58.0 | 53.7 | 50.5 | 48.3 | 47.2 | 47.1 | 48.0 | 50.0 | 53.0 | 57.1 |
| 0.6 | 76.9 | 69.8 | 63.8 | 59.0 | 55.4 | 53.0 | 51.7 | 51.6 | 52.7 | 55.0 |
| 0.7 | 120.7 | 108.1 | 96.9 | 87.2 | 78.9 | 72.1 | 66.7 | 62.8 | 60.4 | 59.3 |
| 0.8 | 243.9 | 217.5 | 193.3 | 171.2 | 151.4 | 133.7 | 118.3 | 105.0 | 93.9 | 85.0 |
| 0.9 | 858.0 | 767.8 | 683.1 | 604.1 | 530.7 | 462.9 | 400.7 | 344.2 | 293.2 | 247.9 |

| Bias ² | A | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.1 | 1.4 |
| 0.1 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.5 | 0.8 | 1.0 |
| 0.2 | 0.4 | 0.2 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.7 |
| 0.3 | 1.3 | 0.9 | 0.6 | 0.3 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.3 |
| 0.4 | 3.1 | 2.4 | 1.7 | 1.2 | 0.8 | 0.4 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 6.9 | 5.6 | 4.4 | 3.4 | 2.5 | 1.7 | 1.1 | 0.6 | 0.3 | 0.1 |
| 0.6 | 15.6 | 13.1 | 10.8 | 8.8 | 6.9 | 5.3 | 3.9 | 2.7 | 1.7 | 1.0 |
| 0.7 | 37.7 | 32.5 | 27.7 | 23.3 | 19.2 | 15.6 | 12.3 | 9.4 | 6.9 | 4.8 |
| 0.8 | 110.8 | 97.4 | 84.9 | 73.2 | 62.3 | 52.4 | 43.3 | 35.1 | 27.7 | 21.2 |
| 0.9 | 561.1 | 500.4 | 443.3 | 389.6 | 339.4 | 292.6 | 249.4 | 209.5 | 173.2 | 140.3 |

| Var | A | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 50.9 | 51.4 | 53.0 | 55.5 | 59.1 | 63.7 | 69.3 | 75.9 | 83.5 | 92.2 |
| 0.1 | 47.9 | 48.0 | 49.1 | 51.1 | 54.1 | 58.0 | 62.9 | 68.8 | 75.6 | 83.4 |
| 0.2 | 45.9 | 45.5 | 46.0 | 47.4 | 49.8 | 53.1 | 57.3 | 62.4 | 68.5 | 75.4 |
| 0.3 | 45.2 | 44.1 | 44.0 | 44.8 | 46.5 | 49.0 | 52.5 | 56.9 | 62.1 | 68.3 |
| 0.4 | 46.5 | 44.7 | 43.7 | 43.7 | 44.5 | 46.2 | 48.9 | 52.4 | 56.8 | 62.1 |
| 0.5 | 51.1 | 48.1 | 46.1 | 44.9 | 44.7 | 45.3 | 46.9 | 49.4 | 52.8 | 57.1 |
| 0.6 | 61.3 | 56.7 | 53.0 | 50.3 | 48.5 | 47.7 | 47.8 | 48.9 | 51.0 | 54.0 |
| 0.7 | 83.0 | 75.6 | 69.2 | 63.9 | 59.7 | 56.5 | 54.4 | 53.4 | 53.4 | 54.5 |
| 0.8 | 133.1 | 120.1 | 108.4 | 98.1 | 89.1 | 81.4 | 75.0 | 69.9 | 66.2 | 63.8 |
| 0.9 | 297.0 | 267.3 | 239.8 | 214.5 | 191.3 | 170.3 | 151.4 | 134.6 | 120.1 | 107.7 |

図表4：MSE（ブートストラップ法）

【就業者】

| MSE | A | | | | | | | | | |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 557 | 837 | 1669 | 3053 | 4988 | 7476 | 10515 | 14107 | 18250 | 22945 |
| 0.1 | 925 | 488 | 720 | 1620 | 3189 | 5427 | 8333 | 11908 | 16151 | 21064 |
| 0.2 | 2733 | 1204 | 508 | 643 | 1611 | 3411 | 6043 | 9507 | 13804 | 18933 |
| 0.3 | 7199 | 3946 | 1763 | 652 | 611 | 1641 | 3742 | 6913 | 11155 | 16468 |
| 0.4 | 16812 | 10702 | 6029 | 2794 | 996 | 635 | 1711 | 4225 | 8176 | 13564 |
| 0.5 | 37158 | 25985 | 16853 | 9764 | 4717 | 1711 | 748 | 1826 | 4946 | 10109 |
| 0.6 | 82454 | 61387 | 43464 | 28688 | 17058 | 8573 | 3234 | 1041 | 1994 | 6092 |
| 0.7 | 196419 | 152853 | 114785 | 82215 | 55142 | 33567 | 17490 | 6910 | 1828 | 2244 |
| 0.8 | 563011 | 452791 | 354614 | 268479 | 194385 | 132334 | 82325 | 44358 | 18433 | 4550 |
| 0.9 | 2667943 | 2201182 | 1779346 | 1402436 | 1070451 | 783391 | 541257 | 344048 | 191765 | 84407 |

| Bias ² | A | | | | | | | | | |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 0 | 266 | 1064 | 2394 | 4256 | 6650 | 9576 | 13034 | 17025 | 21547 |
| 0.1 | 473 | 22 | 220 | 1067 | 2562 | 4706 | 7499 | 10941 | 15032 | 19771 |
| 0.2 | 2373 | 831 | 100 | 182 | 1076 | 2783 | 5302 | 8634 | 12778 | 17734 |
| 0.3 | 6918 | 3651 | 1436 | 271 | 157 | 1093 | 3081 | 6120 | 10209 | 15350 |
| 0.4 | 16598 | 10475 | 5769 | 2480 | 609 | 155 | 1119 | 3500 | 7298 | 12514 |
| 0.5 | 36999 | 25812 | 16648 | 9505 | 4385 | 1286 | 210 | 1156 | 4124 | 9114 |
| 0.6 | 82337 | 61256 | 43301 | 28471 | 16768 | 8191 | 2739 | 414 | 1214 | 5141 |
| 0.7 | 196331 | 152752 | 114651 | 82028 | 54882 | 33214 | 17025 | 6313 | 1079 | 1323 |
| 0.8 | 562940 | 452707 | 354497 | 268309 | 194143 | 131999 | 81878 | 43778 | 17701 | 3646 |
| 0.9 | 2667876 | 2201102 | 1779233 | 1402270 | 1070213 | 783061 | 540815 | 343474 | 191039 | 83509 |

| Var | A | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 557 | 571 | 605 | 659 | 732 | 826 | 939 | 1072 | 1225 | 1398 |
| 0.1 | 452 | 466 | 500 | 554 | 627 | 720 | 834 | 967 | 1120 | 1292 |
| 0.2 | 360 | 374 | 408 | 461 | 534 | 628 | 741 | 874 | 1026 | 1199 |
| 0.3 | 280 | 294 | 328 | 381 | 454 | 547 | 660 | 793 | 946 | 1118 |
| 0.4 | 213 | 227 | 260 | 314 | 387 | 480 | 593 | 725 | 878 | 1050 |
| 0.5 | 159 | 172 | 206 | 259 | 332 | 425 | 538 | 670 | 823 | 995 |
| 0.6 | 117 | 130 | 164 | 217 | 290 | 382 | 495 | 627 | 780 | 952 |
| 0.7 | 88 | 101 | 134 | 187 | 260 | 352 | 465 | 597 | 749 | 921 |
| 0.8 | 71 | 84 | 117 | 170 | 243 | 335 | 447 | 580 | 732 | 904 |
| 0.9 | 67 | 80 | 113 | 165 | 238 | 330 | 443 | 575 | 727 | 898 |

【完全失業者】

| MSE | A | | | | | | | | | |
|-----|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 45.9 | 48.3 | 54.8 | 65.4 | 80.1 | 98.8 | 121.6 | 148.5 | 179.5 | 214.6 |
| 0.1 | 41.8 | 40.5 | 43.6 | 51.1 | 63.2 | 79.6 | 100.6 | 125.9 | 155.8 | 190.1 |
| 0.2 | 46.5 | 39.9 | 38.2 | 41.6 | 50.0 | 63.5 | 82.0 | 105.5 | 134.0 | 167.5 |
| 0.3 | 65.4 | 50.8 | 42.1 | 39.3 | 42.4 | 51.5 | 66.4 | 87.3 | 114.0 | 146.7 |
| 0.4 | 109.2 | 81.9 | 62.0 | 49.4 | 44.1 | 46.1 | 55.4 | 72.0 | 95.9 | 127.1 |
| 0.5 | 202.0 | 153.0 | 113.7 | 84.1 | 64.1 | 53.7 | 53.0 | 61.9 | 80.5 | 108.7 |
| 0.6 | 405.1 | 314.5 | 237.9 | 175.3 | 126.6 | 91.8 | 71.0 | 64.2 | 71.4 | 92.5 |
| 0.7 | 907.8 | 723.4 | 562.2 | 424.2 | 309.5 | 218.1 | 149.9 | 105.0 | 83.3 | 84.8 |
| 0.8 | 2510.3 | 2047.9 | 1634.8 | 1271.1 | 956.7 | 691.6 | 475.9 | 309.6 | 192.6 | 124.9 |
| 0.9 | 11750.4 | 9782.4 | 7997.5 | 6395.5 | 4976.6 | 3740.6 | 2687.7 | 1817.8 | 1130.9 | 627.0 |

| Bias ² | A | | | | | | | | | |
|-------------------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 0.0 | 1.6 | 6.3 | 14.2 | 25.3 | 39.5 | 56.8 | 77.4 | 101.0 | 127.9 |
| 0.1 | 2.7 | 0.7 | 2.2 | 7.3 | 16.0 | 28.1 | 43.8 | 63.0 | 85.7 | 112.0 |
| 0.2 | 12.7 | 5.7 | 2.7 | 3.8 | 9.0 | 18.4 | 31.8 | 49.3 | 70.9 | 96.7 |
| 0.3 | 35.5 | 20.7 | 10.9 | 6.1 | 6.2 | 11.3 | 21.4 | 36.5 | 56.6 | 81.6 |
| 0.4 | 81.9 | 54.7 | 33.8 | 19.3 | 11.2 | 9.5 | 14.2 | 25.2 | 42.6 | 66.4 |
| 0.5 | 175.8 | 127.1 | 87.1 | 55.8 | 33.2 | 19.3 | 14.2 | 17.7 | 30.0 | 51.0 |
| 0.6 | 378.7 | 288.5 | 211.4 | 147.2 | 96.2 | 58.1 | 33.1 | 21.2 | 22.3 | 36.4 |
| 0.7 | 879.7 | 695.8 | 534.3 | 395.1 | 278.3 | 183.7 | 111.5 | 61.6 | 34.1 | 28.8 |
| 0.8 | 2479.1 | 2017.5 | 1604.3 | 1239.5 | 923.1 | 655.2 | 435.7 | 264.6 | 141.9 | 67.7 |
| 0.9 | 11714.7 | 9747.7 | 7962.8 | 6360.0 | 4939.3 | 3700.7 | 2644.2 | 1769.7 | 1077.4 | 567.1 |

| Var | A | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0.0 | 45.9 | 46.8 | 48.5 | 51.2 | 54.8 | 59.3 | 64.8 | 71.2 | 78.5 | 86.7 |
| 0.1 | 39.2 | 39.8 | 41.3 | 43.8 | 47.2 | 51.5 | 56.8 | 63.0 | 70.1 | 78.1 |
| 0.2 | 33.8 | 34.2 | 35.6 | 37.8 | 41.0 | 45.1 | 50.2 | 56.2 | 63.0 | 70.9 |
| 0.3 | 29.8 | 30.0 | 31.2 | 33.3 | 36.2 | 40.2 | 45.0 | 50.8 | 57.4 | 65.1 |
| 0.4 | 27.3 | 27.3 | 28.2 | 30.1 | 32.9 | 36.6 | 41.2 | 46.8 | 53.3 | 60.7 |
| 0.5 | 26.2 | 26.0 | 26.7 | 28.3 | 30.9 | 34.4 | 38.9 | 44.2 | 50.5 | 57.7 |
| 0.6 | 26.4 | 26.0 | 26.6 | 28.0 | 30.4 | 33.7 | 37.9 | 43.1 | 49.1 | 56.1 |
| 0.7 | 28.1 | 27.5 | 27.8 | 29.1 | 31.3 | 34.4 | 38.4 | 43.3 | 49.2 | 56.0 |
| 0.8 | 31.2 | 30.4 | 30.5 | 31.6 | 33.6 | 36.4 | 40.3 | 45.0 | 50.7 | 57.2 |
| 0.9 | 35.8 | 34.8 | 34.7 | 35.5 | 37.3 | 39.9 | 43.5 | 48.1 | 53.5 | 59.9 |

(2) ブートストラップ法による MSE の測定

次に、2つのパラメーターの組み合わせごとにブートストラップ法を用いて時系列を作成し、バイアスと分散を算出する。ブートストラップ法は簡単なアルゴリズムで様々な量やその分散を計算することができるため、CPS方式と比べても容易な計算方法と言える。具体的には、次のような手順で計算を行う。

- ① 月別の個票データからサンプル数と同数を復元抽出し⁶、再抽出した標本を作成する。
- ② 継続・非継続別の集計値など、AK推計に必要な値を集計する。
- ③ パラメーターの組み合わせ（101×101）について、AK推計式に当てはめて当月のAK推計値を算出する。
- ④ ①から③を反復回数分（500回）繰り返す。その結果から、当月のMSEを計算する。
- ⑤ 上記について推計期間の始点（2002年1月）から終点（2015年12月）まで繰り返し、各月のMSEの平均値を測定する。

バイアスは、2つのパラメーターがゼロ（ $A=K=0$ ）の推計値との差で定義する。

$$\left(\text{Bias}(Y') \right)^2 = \frac{1}{T} \sum_t (E(Y'_t) - Y_t)^2 \equiv \frac{1}{T} \sum_t \left(\frac{1}{R} \sum_j^R (Y'_{t,j} - Y'_{t,j,(A=K=0)}) \right)^2 \cdots (8)$$

また、AK推計値の分散は、各月のブートストラップ標本分散とし、各月の分散の平均値を算出する。

$$\text{Var}(Y') = \frac{1}{T} \sum_t \text{Var}(Y'_t) = \frac{1}{T} \sum_t \frac{1}{R-1} \sum_j^R \left(Y'_{t,j} - \frac{1}{R} \sum_k^R Y'_{t,k} \right)^2 \cdots (9)$$

MSEはこの2つの合計値となる。パラメーターの0.1刻みの組み合わせにおけるMSEの分布は図表4のようになった。バイアスについては、 $A=K$ 付近で小さくなる傾向が見られ、CPS方式と同じく、 K が増加することによるバイアスの拡大が、AK推計式の第3項により軽減されていることが確認できた。また、 A を固定して見ると、 K が1に近づくにつれてバイアスが急激に増加し、継続標本の増加によるものと考えられる振る舞いが見られた。

分散についても K が上昇するにつれて、継続サンプルのウェイトが増加することによる押し下げ効果と考えられる、分散の縮小が見られた。完全失業者ではCPS方式で見られたような極小値を取った後拡大に転じる動きがあった一方で、就業者については、極小値はなく一貫して分散が縮小し、CPS方式と違った結果となった。CPS方式では、分散の計算において共分散の1次までに制限したが、就業者は高次でも共分散が大きく、その寄与がないことにより K の上昇による分散の縮小が制限されている可能性がある。

これらを踏まえたMSEの分布では、バイアスの拡大が急激なためCPS方式の結果と比較すると K の増加による分散の縮小効果が制限されている。一方、 A によりMSEの増大を抑えながら継続標本のウェイトを増加できる様子は、ブートストラップ法の方が効果は大きく現れていることが確認できた。

⁶ 労働力調査では、全国の調査区を地域別に層化した抽出をおこなっていることから、ブートストラップ標本抽出においても地方別の標本から同数を復元抽出するなどの方法も考えられる。

4. 推計結果について

(1) 時系列の推移について

2つの手法により選定したパラメーターの組み合わせについて、就業者及び完全失業者のAK推計値を算出する。前節で計算した0.01刻みのMSEから、それが最小となる組み合わせは図表5のようになった。ブートストラップ法の K がCPS方式に比べ低くなったが、これは、ブートストラップ法における K の増加方向での分散の軽減効果が、バイアス拡大によるMSEの増加に比べ、その軽減の寄与が小さいためであると考えられる。CPS方式におけるバイアス計算の条件が強く効いているため、本来であればAK推計式により月々のバイアスが積み重なるはずであるが、その拡大が抑制されている可能性がある。

図表5：パラメーター選定結果

| | | A | K | Bias ² | Var | MSE |
|-------|-----------|------|------|-------------------|------|------|
| 就業者 | CPS方式 | 0.25 | 0.37 | 54 | 927 | 981 |
| | ブートストラップ法 | 0.21 | 0.18 | 30 | 429 | 460 |
| 完全失業者 | CPS方式 | 0.23 | 0.33 | 0.7 | 43.8 | 44.5 |
| | ブートストラップ法 | 0.20 | 0.22 | 3.6 | 34.6 | 38.1 |

次に、選定したパラメーターによるAK推計値の時系列推移を見ると、就業者数、完全失業者数は共に、比推定値の水準から大きく離れることはなかった。これは、選定された K が小さな値となったためであり、さらに言えば、比推定値との平均平方誤差を選定指標としたため、比推定値から大きく離れるようなパラメーターは選定されないことを意味している。

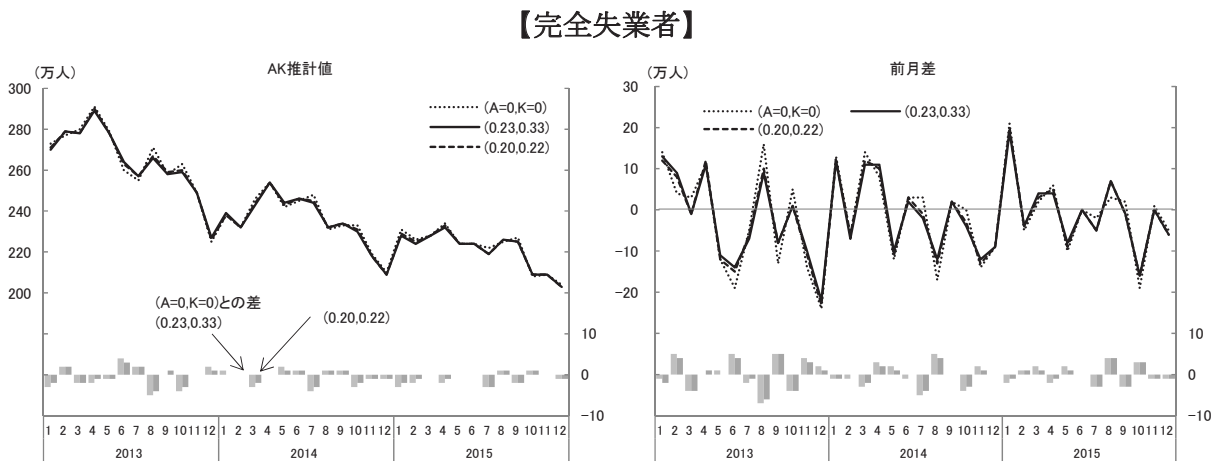
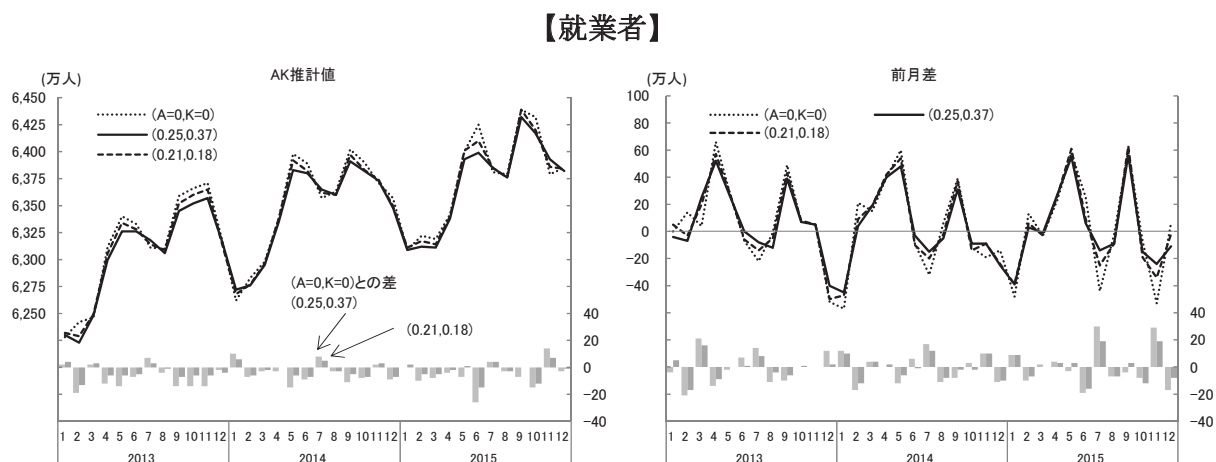
また、月々の変動はあるがAK推計値が比推定値に対して下方に推移する結果となった。2013～2015年の年平均値を比較すると、就業者数で2～7万人、完全失業者で0.3～0.9万人の差があった。 K の値が大きいCPS方式の方が乖離も大きくなっていることがわかる(図表6)。

図表6：年平均の乖離

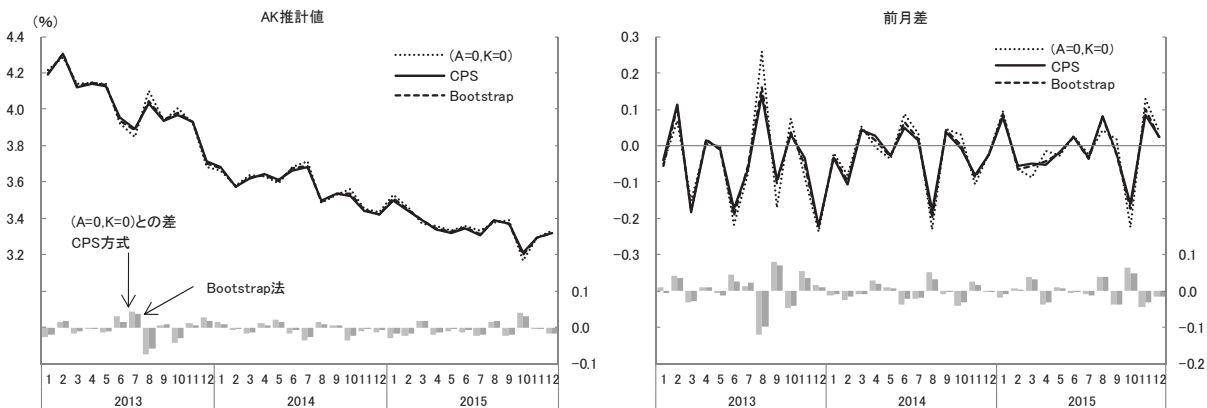
| | | | 年平均値(万人) | | | 比推定値との乖離 | | |
|-------|-----------|------------|----------|-------|-------|----------|------|------|
| | | | 2013 | 2014 | 2015 | 2013 | 2014 | 2015 |
| 就業者 | 比推定値 | A=0, K=0 | 6311 | 6351 | 6376 | | | |
| | CPS | 0.25, 0.37 | 6304 | 6347 | 6371 | -7 | -4 | -5 |
| | Bootstrap | 0.21, 0.18 | 6308 | 6348 | 6374 | -3 | -3 | -2 |
| 完全失業者 | 比推定値 | A=0, K=0 | 265.1 | 235.9 | 221.8 | | | |
| | CPS | 0.23, 0.33 | 264.5 | 235.4 | 220.9 | -0.6 | -0.5 | -0.9 |
| | Bootstrap | 0.20, 0.22 | 264.8 | 235.5 | 221.2 | -0.3 | -0.4 | -0.7 |

AK推定値の前月差をみると、就業者数では、2015年7月や同11月など、比推定値で大きな増減がある月次でその振れ幅が軽減されることが確認できた。完全失業者数でも同様の効果が見られたが、2015年7月や同8月など、AK推計による振れ幅の拡大も見られた(図表7)。

図表 7：AK 推計値と前月差



図表 8：完全失業率（季節調整値）



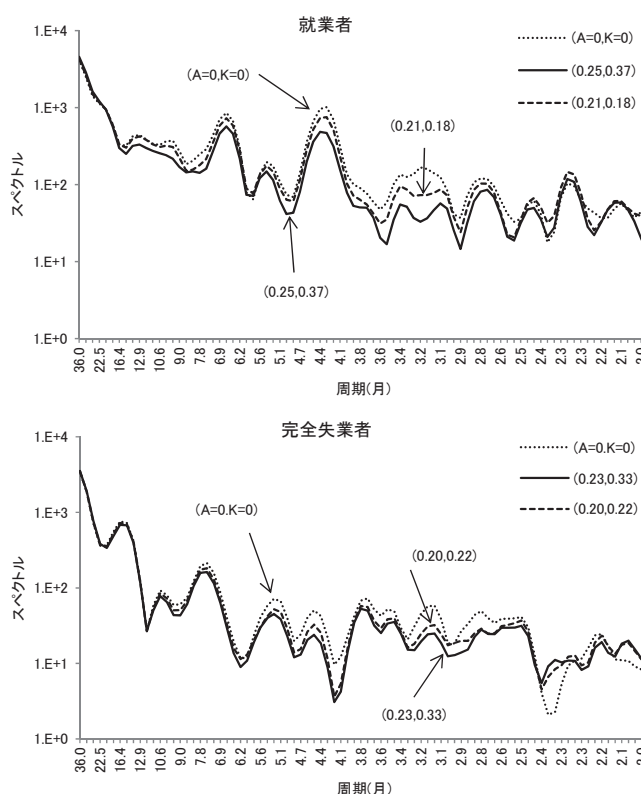
AK 推計値による就業者数と完全失業者数から完全失業率を計算すると、図表 8 となった。季節調整値の前期差を比推定値 (0, 0) と比較すると、最も大きな差が生じたのは 2013 年 8 月で、約 1.0 ポイント振れ幅が縮小される結果となった。その他、直近では 2015 年 10 月で 0.06 ポイント (CPS 方式) の縮小があった。総務省が公表している季節調整値⁷の前期差は、2013 年 8 月は 0.3 ポイント、2015 年 10 月で -0.2 ポイントと他の月次に比べて大きな変動となっているが、この中には標本交代による断層の影響が含まれている可能性があると言える。また、2 つの選定方法の比較では、CPS 方式の縮小幅がブートストラップ法に比べ大きくなったが、これは選定したパラメーター K の値が大きいことによるものである。

(2) スペクトルの評価

就業者のパワースペクトルを確認すると、周期 4 か月付近では、比推定値 (0, 0) に比べ、AK 推計値のスペクトルのピークが低下していることがわかる。2 つの方法で選定した AK 推計値を比較すると、実線の CPS 方式がブートストラップ法に比べそのピークの低下が大きいことがわかる。これは、 K の値が大きくなると継続標本のウェイトが高くなり、非継続標本による交代の影響が軽減されるためと考えられる。

一方で、完全失業者のパワースペクトルには比推定値における周期 4 か月のピークが見られなかった。これは、完全失業者が極端に多い (又は少ない) 調査区はなく、小さな偏りが標本交代によってピークを持たないスペクトルになったと考えられる。AK 推計値ではこの短周期のスペクトルが減少し、一定の効果があつたと考えられる。

図表 9 : パワースペクトル (季節調整値)



⁷ 本稿の分析時の数値である。労働力調査の季節調整値は毎年 1 年分のデータを追加して遡及改定されるため、今後更新される可能性がある。

5. まとめ

本稿では、労働力調査の継続標本の情報を用いた複合推計について、CPS で採用されている AK 推計を用いた時系列検証を行い、比推定値との比較において標本交代による集計値の急激な増減を軽減できるということを示した。また、AK 推計値から完全失業率を算出し、公表値で大きな振れがある月次において、AK 推計値でそれが軽減できることがわかった。さらに、スペクトル分析により、標本交代に起因する短周期変動が軽減されていることを確認した。

また、AK 推計における 2 つのパラメーターを、ブートストラップ法を用いて MSE を指標とする選定を行い、CPS 方式との比較を行った。両者の比較では、CPS 方式で選定されたパラメーター K が大きな値をとったため、推計値の振れ幅や短周期のスペクトルの軽減では若干の優位となったが、反対にバイアスは拡大した。MSE の分布は両者共に近くなり、パラメーターの選定結果や推計値にも大きな違いは見られなかったと言える。

本稿で試みた推計方法を実用化するまでにはいくつかの諸課題が残されている。まず、就業者及び完全失業者の AK 推計値には、比推定値と比較して下方にバイアスが発生することがわかった。これは、継続標本のウェイトを増加させることで分散が小さくなる一方、就業者及び完全失業者の継続標本が本来持っている下方バイアスが増幅し、AK 推計式 (5) 式の第 3 項) では調整仕切れなかったことが要因であると考えられる。これを取り除いた推計値とするためには、年平均値で水準を調整するなど、さらなるバイアス調整が必要になると考えられる。この場合、前月差を重視させる AK 推計の結果を壊さないため、比例デントン法⁸などの前月差を保持しながら水準調整ができるベンチマーク手法が有効である。

CPS ではパラメーターを固定した運用をしており、本稿でもパラメーターを選定期間で共通としたが、新しい数値が入ってくることにより、よりよいパラメーターが変化する可能性があるため、実用化に際してはパラメーターの見直しの頻度について検討が必要である。見直す場合、季節調整でよく用いられる分析手法 (Sliding Span Analysis)⁹のように、パラメーター算出期間を更新することによる結果の安定性を分析する必要がある。他方、本稿においてパラメーター選定手法として導入したブートストラップ法では、各月の MSE を容易に計算できるため、パラメーターも各月で選定することも考えられる。ただし、単月の MSE には標本誤差が大きくその選定も不安定となることが考えられるため、各月パラメーターの導入には慎重にならなければいけない。

労働力調査は、毎月の標本交代を全標本の“半数”にすることで、継続標本によるバイアスを軽減させつつ推計値の安定性を考慮したバランスのよい標本設計を採用している。このバランスを保ちつつ、さらに、標本交代による短期的な変動を取り除きたい場合は、本稿で検討した AK 推計のような、継続標本を用いた複合推計法を採用することにより、サンプルローテーションの構造を変えることなく、その趨勢をより適確に読み取ることができると考えられる。

⁸ AK 推計値を q_t としたとき、 $\min \sum_t \left(\frac{x_t}{q_t} - \frac{x_{t-1}}{q_{t-1}} \right)^2$ s.t. $\frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} x_{12(y-1)+t} = A_y$ となる x_t を求める、最小化問題として定義される。

⁹ Finally, et al (1990) が詳しい。

付録 CPS 方式による MSE の算出

パラメーター選定の指標とした MSE の計算方法について、AK 推計を扱った文献¹⁰を基に、いくつかの条件をおいた計算方法（CPS 方式）を述べる。また、定式化された計算式を用いて、労働力調査のサンプルローテーションに合わせた計算の過程を説明する。

AK 推計式を日本の労働力調査に適用させるため、8 組の副標本による AK 推計式の定式化を行う。その準備として、標本のローテーション構造を利用した副標本の組み替えを行う（高部（2004））。

同じ調査区は（1 か月目、2 か月目）、（前期、後期）、（1 年目、2 年目）の合計 8 回調査される。労働力調査の組符号は一定のルールに則って付けられているため、組符号との関

図表 10：副標本の組み替え

| | y年 | | | | | | | | | | | | y+1年 | | | | | | |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|------|----|----|----|----|----|----|
| | 1月 | 2月 | 3月 | 4月 | 5月 | 6月 | 7月 | 8月 | 9月 | 10月 | 11月 | 12月 | 1月 | 2月 | 3月 | 4月 | 5月 | 6月 | 7月 |
| A-1 (1年目) | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 |
| A-2 (2年目) | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 |
| B-1 (1年目) | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| B-2 (2年目) | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 |
| C-1 (1年目) | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 |
| C-2 (2年目) | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 |
| D-1 (1年目) | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| D-2 (2年目) | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 同一住戸による副標本数 | 0 | 0 | 4 | - | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 2 | 0 | 0 |

係を用いて調査回数を副標本ごとに示したのが図表 10 である。毎月の副標本は必ず 1 から 8 のいずれかに属し、重複は起こらないため、調査月と調査回数で副標本を特定することができる。これにより、継続標本を集計したい場合は、組み替えによる番号 i が偶数の副標本を集計すればよいことがわかる。また、AK 推計式は、副標本で表すと以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 Y'_t &= (1 - K)\hat{Y}_t + K(Y'_{t-1} + \hat{\Delta}_t) + A\hat{\beta}_t \\
 \hat{Y}_t &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \hat{Y}_{t,i} \\
 \hat{\Delta}_t &= \frac{1}{4} \sum_{i=2,4,6,8} (\hat{Y}_{t,i} - \hat{Y}_{t-1,i-1}) \quad \dots (10) \\
 \hat{\beta}_t &= \frac{1}{8} \left(\sum_{i=1,3,5,7} \hat{Y}_{t,i} - \sum_{i=2,4,6,8} \hat{Y}_{t,i} \right)
 \end{aligned}$$

CPS 方式では MSE を計算するため、いくつかの条件をおいている。ここではそれにしたがって計算を進める。まず、バイアスを計算するため条件 1 をおく。

条件 1：各月のサンプルローテーションバイアスが時点に依らず一定とする。

$$E(\hat{Y}_{t,i}) = Y_t + a_i \quad \dots (11)$$

¹⁰ Huang, et al. (1981)、Kumar, et al. (1983)、Cantwell, P. J. (1990)、Shao, et al. (2014)などを参考にした。

バイアスは副標本単位にのみに依存するとしている。また、副標本の添字 i は調査回数を表していることから、ここでは調査回数によりバイアスに傾向があることを仮定している。この条件のもと、いくつかの計算の結果、AK 推計値のバイアスは以下のように表すことができる。

$$Bias(Y'_t) = E(Y'_t) - Y_t = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 a_i + \frac{1-K^t}{1-K} \left(\frac{K}{4} - \frac{A}{8} \right) \left(\sum_{i=2,4,6,8} (a_i) - \sum_{i=1,3,5,7} (a_i) \right) \dots (12)$$

さらに、以下の仮定をおく。

条件 2：副標本のバイアスを、比推定値（副標本比推定値の平均値）との差の期間平均値とする。（バイアスの合計がゼロ）

$$\begin{aligned} \hat{a}_i &= \frac{1}{T} \sum_t \left(\hat{Y}_{t,i} - \frac{1}{8} \sum_i \hat{Y}_{t,i} \right) \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^8 \hat{a}_i = 0 \end{aligned} \dots (13)$$

この条件を式(12)に代入する。さらに、パラメーター K は $0 \leq K \leq 1$ の範囲であることより、初期値から十分時間が経った時点においては、 K^t は十分小さな値となるため、バイアスは以下の通りとなる¹¹。

$$Bias(Y'_t) = \frac{1}{4} \frac{2K - A}{1 - K} \sum_{i=2,4,6,8} \hat{a}_i \dots (14)$$

次に、分散を計算するため、以下の仮定をおく。

条件 3：副標本分散は一定とする。各月の共分散は月差のみに依存し、月差が 1 か月、11 か月、12 か月、13 か月では同一サンプルがいるため、共分散が大きく、その他は同一サンプルがいないため共分散はゼロとする。

$$\begin{aligned} Var(\hat{Y}_{t,i}) &= \sigma^2 \\ cov(\hat{Y}_{t,i}, \hat{Y}_{t,j}) &= 0 \quad for \quad i \neq j \\ cov(\hat{Y}_{t,i+1}, \hat{Y}_{t-1,i}) &= \rho_1 \sigma^2 \quad for \quad i = 1, 3, 5, 7 \\ cov(\hat{Y}_{t,i+3}, \hat{Y}_{t-11,i}) &= \rho_{11} \sigma^2 \quad for \quad i = 2, 4 \\ cov(\hat{Y}_{t,i+4}, \hat{Y}_{t-12,i}) &= \rho_{12} \sigma^2 \quad for \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ cov(\hat{Y}_{t,i+5}, \hat{Y}_{t-13,i}) &= \rho_{13} \sigma^2 \quad for \quad i = 1, 3 \end{aligned} \dots (15)$$

この条件について、図表 10 で確認する。月差が 1 か月については、当月の「1, 3, 5, 7」と翌月の「2, 4, 6, 8」の組み合わせが同一住戸による副標本である。また、11 か月後には当月の「2, 4」に対して「5, 7」が対応している。同様に 12 か月後には当月の「1, 2, 3, 4」に対して「5, 6, 7, 8」が、13 か月後には当月の「1, 3」に対して「6, 8」が

¹¹ $K \rightarrow 1$ では $\lim_{K \rightarrow 1} Bias(Y'_t) = \frac{2-A}{4} t \sum_{i=2,4,6,8} \hat{a}_i$ と有限になる。

対応している。このように、月差が1か月と12か月では4つの副標本が、月差11か月と13か月では2つの副標本が同一住戸によるものとなっている。

これにより AK 推計値の分散は以下の式になる。

$$\text{Var}(Y'_i) = \left(\frac{\sigma^2}{16} \frac{1}{1-K^2} \right) \begin{bmatrix} ((1+K-A)^2 + 4K^2 + (1-K+A)^2)(1 + \rho_{12}K^{12}) \\ -2K(1+K-A)(2\rho_{11} + \rho_{11}K^{12} + \rho_{13}K^{12}) \\ + K(1+K-A)(1-K+A)(2\rho_{11} + \rho_{13}K^{12} + \rho_{11}K^{10}) \\ -2K(1-K+A)(2K + \rho_{12}K^{11} + \rho_{12}K^{13}) \end{bmatrix} \cdot \dots \quad (16)$$

ここで、AK 推計式の特徴から、当月から離れるに従って K が乗じられるため、例えば11か月離れると K^{11} の重みが増えることになる。このため、 K が小さい領域では ρ_{11} などの共分散の寄与も小さくなると考えられる。反対に K が1に近くなると K^{11} などの重みが大きくなり無視できなくなるが、 ρ_{11} と ρ_{13} の寄与が ρ_{12} で相殺されるため、この場合も ρ_1 までの寄与でおおよそその値が計算できる。

したがって、共分散の寄与はひと月分の寄与のみとすると、以下のようになる。

$$\text{Var}(Y'_i) = \frac{\sigma^2}{8} \frac{1}{1-K^2} \left[1 + (K-A)^2 + 2K^2(K-A) - K(1+K-A)^2 \rho_1 \right] \cdot \dots \quad (17)$$

よって、MSE は(14)式と(17)式の合計となり、(7)式のようになる。

参考文献

- [1] 大島敬士 (2016) 「家計調査結果における消費支出等の基調の把握に資する推計方法の検討」『統計研究彙報』第73号, 93~110頁
- [2] 塩谷匡介、肥後雅博 (2009) 「「労働力調査」の標本誤差と非標本誤差 一 家族従業者の短期の変動(振れ)やバイアスに関する考察を中心に」『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』09-J-3
- [3] 総務省統計局 (2015) 『労働力調査の解説』
- [4] 総務省統計局 (2013) 『労働力調査 標本設計の解説』
- [5] 高部勲 (2004) 「各種小地域推定手法の労働力調査への適用」『統計研究彙報』第61号, 111~133頁
- [6] Cantwell, P. J. (1990), "Variance Formulae for Composite Estimators in One-and Multi-Level Rotation Designs." *Survey Methodology* 16(1), 153-163
- [7] Findley, D. F., B. C. Monsell, H. B. Shulman, and M. G. Pugh. (1990), "Sliding-Spans Diagnostics for Seasonal and Related Adjustments", *Journal of the American Statistical Association*, No. 85, pp. 345-355
- [8] Huang, E.T. and Ernst, L.R. (1981), "Comparison of an alternative estimation to the current composite estimator in CPS", *Proceedings of the Section on Survey Research Methods, American Statistical Association*, 303-308
- [9] Kumar, S. and Lee, H. (1983), "Evaluation of Composite Estimation for the Canadian Labour force Survey", *Survey Methodology*, 9, 178-201
- [10] Shao, J., Yu, Z. and Cheng, Y., (2014), "Optimal AK Composite Estimators in Current Population Survey", *Proceedings of the Section on Survey Research Methods, American Statistical Association*, 2613-2622
- [11] U.S. Census Bureau (2006), "Current Population Survey, design and methodology", Technical Paper 66

